

ÜBERSICHT

- Elektrostatik
- Elektrische Ströme
- Magnetismus
- Nichtstationäre elektrische Ströme

1 ELEKTROSTATIK

- 1.1 Elektrische Ladung
- 1.2 Coulombgesetz
- 1.3 Elektrisches Feld
- 1.4 Gaußsches Gesetz
- 1.5 Arbeit im elektrischen Feld
- 1.6 Ladung im E-Feld
- 1.7 Leiter im E-Feld, Influenz
- 1.8 Kapazität und Kondensator
- 1.9 Dielektrika im E-Feld

1 ELEKTROSTATIK

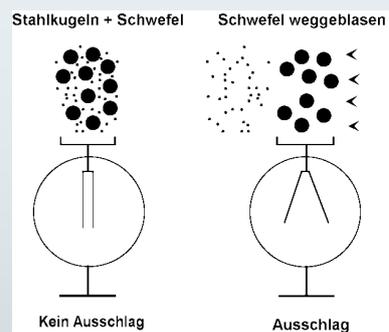
Aktuell:

- Kopiergeräte
- Rasterkraftmikroskop
- Explosionsgefahr bei Treibstofftanks
- Elektrische Entstaubungsfilter
- Nutzung der Kernenergie (elektrostat. Abstoßung der Teilchen)

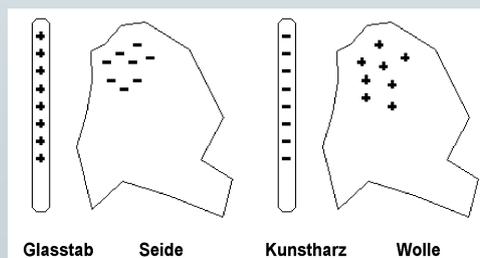
1.1 Elektrische Ladung

1.1.1 Ladungstrennung

- Versuch „Gewitter“



- Reibversuche



1.1 Elektrische Ladung

- Experimentelles:
 - Nachweis der Reibungselektrizität
 - Elektroskop
 - van-de-Graaff-Generator
 - Übertragung („Löffeln“) von Ladungen
 - Auftreten zweier verschiedener Zustände (pos., neg.)

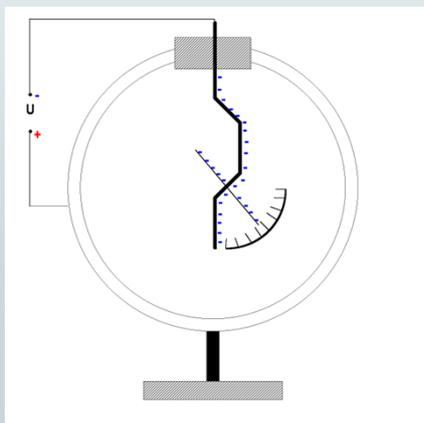
© R. Girwidz

5

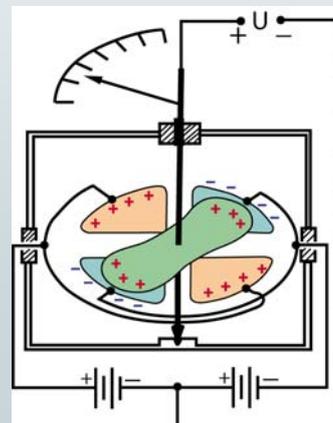
1.1 Elektrische Ladung

Einfache Geräte zur Ladungsmessung

Brownsches Elektrofelfmeter



Quadrantenfeldmeter



© R. Girwidz

6

1.1 Elektrische Ladung

1.1.2 Eigenschaften elektr. Ladung

- a) Es gibt 2 Arten:
 - + : Glas (Seide)
 - : Harzstab (Wolle)
- b) Kraft zwischen Ladungen: gleiche Art - Abstoßung
 ungleich - Anziehung
- c) Ladung übertragbar / transportierbar
- d) An Masse gekoppelt (Elektron, Myon, Proton)
- e) Ladungsmenge ist portioniert (gequantelt)
 Elementarladung $e = 1,6 \dots 10^{-19} \text{ C}$ - siehe Versuch von Millikan -
- f) Gesamtladung bleibt erhalten
 (Summe aus neg. und pos. Ladungen ist konstant) Bsp: Paarerzeugung
- g) Dimension: Ladungsmenge Q wird in „Coulomb“ gemessen [Q] = As = C

© R. Girwidz

7

1.1 Elektrische Ladung

Ladungen
kleinster
Teilchen

Elementarteilchen	Ladung	Ruhemasse	Energie
Elektron	-e	m_0	0,511 MeV
Positron	+e	m_0	
Proton	+e	$1836m_0$	938,280 MeV
Neutron	0	$1839m_0$	939,573 MeV
π^+-Meson	+e	$273m_0$	139,6 MeV
π^--Meson	-e	$273m_0$	
π^0-Meson	0	$264m_0$	135,0 MeV
Neutrino	0	0,00... (?)	
Photon	0	0	
Myon	+e; -e		105,7 MeV

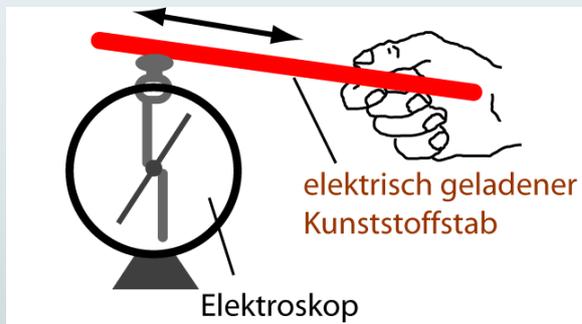
$$e = 1.6021892 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

© R. Girwidz

8

Ladungstrennung

- Reibung
- Influenz
- chem. Prozesse
- Fotoeffekt



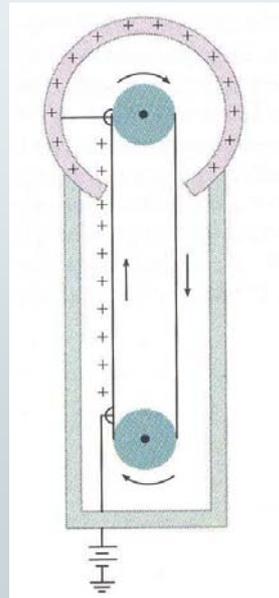
Reibungselektrizität/ Kontaktelektrizität
(bereits im griechischen Altertum bekannt)

Ladungstrennung, Bandgenerator

→ Van de Graaff (1932)

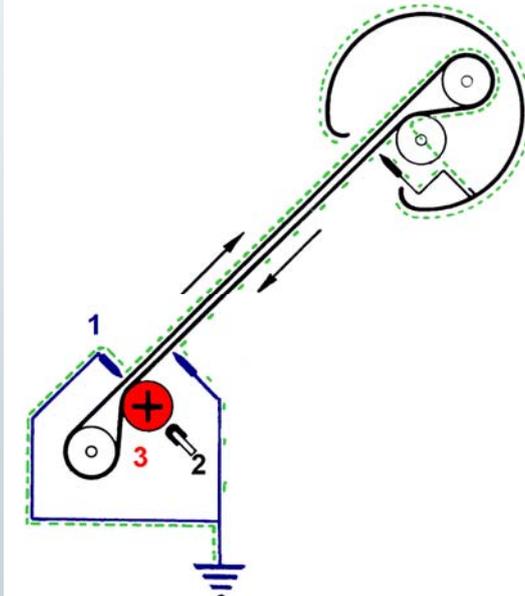
Beispiel:

- 12 MV in Druckkesseln
- 2-MV-Generator:
 - Höhe 2,2 m; Durchmesser 0,9 m
 - Bandgeschw. 30 m/s
 - /max: 0,25 mA
- $P < 2 \text{ kW}$



Ladungstrennung, Bandgenerator

- ▶ Van-de-Graaff-Generator (selbsterregend)



© R. Girwidz

11

1.2 Coulomb-Gesetz

Charles Augustin de Coulomb
(1736-1806)



Beobachtungen:

- Kraft proportional zur Ladungsmenge:

$$F \propto q_1; F \propto q_2$$

- anziehende, abstoßende Kraft:

$$F \propto \text{Vorzeichen}(q_1, q_2)$$

- Quadratische Abstandsabhängigkeit:

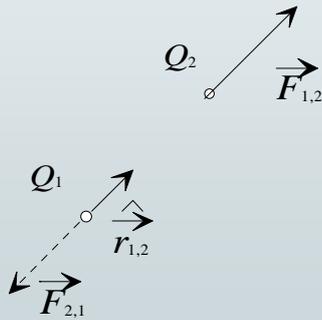
$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

© R. Girwidz

12

1.2 Coulombgesetz

Zwei Punktladungen die sich im Abstand r voneinander befinden, üben eine Kraft aufeinander aus. Es gilt folgende Gesetzmäßigkeit:



$$\vec{F}_c = \vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$

$$\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

Elektrische Feldkonstante, bzw.
Dielektrizitätskonstante des Vakuums

1.2 Coulombgesetz

Die Kraft hat eine bestimmte Richtung:

- + - , - + von einer Ladung *zur* anderen Ladung hin.
- + + , - - von der Ladung *weg*.

In Formeln wird dies vektoriell dargestellt:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{q_1 * q_2}{r_{12}^2} * \vec{e}_r$$

\vec{e}_r gibt die Richtung zwischen q_1 und q_2 an und hat die Länge 1.

$$\vec{e}_r = \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$

\vec{r}_{12} Verbindungsvektor zwischen q_1 und q_2

r_{12} Länge des Verbindungsvektors zwischen q_1 und q_2

Also:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{q_1 * q_2}{r_{12}^2} * \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$

1.2 Coulomb-Gesetz

Vergleich
zwischen
Coulomb-
und
Gravitationskraft

	\vec{F}_{Coul}	\vec{F}_{Grav}
Ursache:	2 Ladungen (Vorzeichen!)	2 Massen
Kraftrichtung:	Anziehung/ Abstoßung	Anziehung
Stärke	groß	sehr klein
abschirmbar	ja	nein
Bedeutung:	Zusammenhalt der Atome	Zusammenhalt des Makrokosmos

gleiche Abstandsabhängigkeit: $1/r^2$

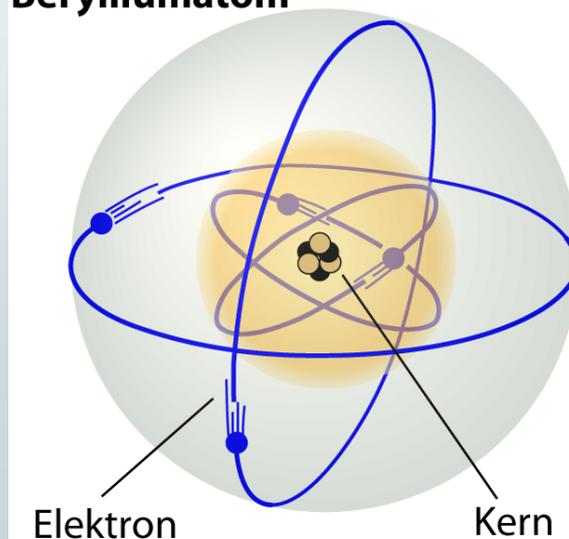
Kräfte zwischen zwei Elektronen:

$$\frac{F_{Grav}}{F_{Coul}} = \frac{1}{4.2 \cdot 10^{42}} \ll 1$$

1.2 Coulomb-Gesetz

Coulombkraft

Berylliumatom



Exkurs: Vektoren

Vektoren beschreiben Größen mit Betrag und Richtung

Darstellung eines Vektors:

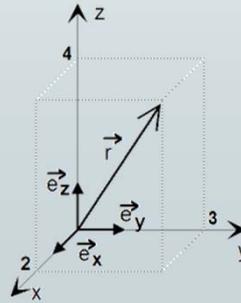
$$\vec{r} = x \cdot \vec{e}_x + y \cdot \vec{e}_y + z \cdot \vec{e}_z$$

$\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ sind Einheitsvektoren in x, y, z - Richtung mit der Länge "1 Einheit"

Vereinfachte Darstellung: $\vec{r} = (x, y, z)$

Beispiel:

$$\begin{aligned} \vec{r} &= 2\vec{e}_x + 3\vec{e}_y + 4\vec{e}_z \\ &= (2, 3, 4) \end{aligned}$$



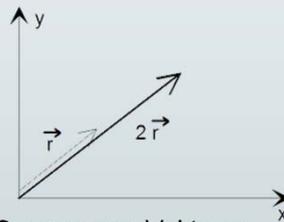
Exkurs: Vektoren

Eigenschaften
und Rechenregeln

1) Betrag = Länge des Vektorpfeils:

$$|\vec{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (\text{Pythagoras!})$$

2) Multiplikation eines Vektors mit einer Zahl (Skalar):



$$a \cdot \vec{r} = (ax, ay, az)$$

3) Summe von Vektoren:

$$\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$$

4) Differenz von Vektoren:

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = (x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2);$$

\vec{r} ist Abstandsvektor zwischen \vec{r}_1 und \vec{r}_2 !

Exkurs: Vektoren

Rechenregeln II:

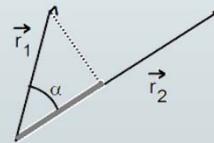
5) Einheitsvektor (Länge „1“):

$$\hat{r} = \vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right);$$

6) Multiplikation zweier Vektoren – Skalarprodukt („Vektor * Vektor -> Zahl“)

$$\vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2 = r_1 \cdot r_2 \cdot \cos \alpha;$$

(Beispiel: Mechanische Arbeit)

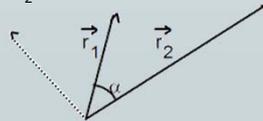


7) Multiplikation – Vektorprodukt (Vektor * Vektor -> Vektor)

Das Ergebnis steht senkrecht auf den Vektoren \vec{r}_1 und \vec{r}_2

$$|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2| = r_1 \cdot r_2 \cdot \sin \alpha;$$

(Beispiel: Drehmoment)



© R. Girwidz

19

1.2 Coulombgesetz

→ Verallgemeinerung 1: Mehrere Ladungen

$$\vec{F}_1 = q_1 \cdot \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_{i1}^2} \frac{\vec{r}_{i1}}{r_{i1}}$$

→ Verallgemeinerung 2: Kontinuierliche Ladungsverteilung

Definition: Ladungsdichte als Ladung pro Volumen

$$\rho_e(\vec{r}) = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV}$$

© R. Girwidz

20

1.2 Coulombgesetz

→ Verallgemeinerung 2: Kontinuierliche Ladungsverteilung

Ladung in einem Volumen bei gegebener Ladungsdichte $\rho(\vec{r})$:

$$dq = \rho(\vec{r}) dV$$

$$Q = \int dq = \int_V \rho(\vec{r}) dV$$

Kraft auf Ladung q_0 am Ort \vec{r}_0 :

$$\vec{F}_{q_0} = q_0 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\vec{r}) \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^3} dV;$$

Anwendungen zum Coulombgesetz

→ spezielle Aufgaben

- Vergleich zwischen Gravitationskraft und Coulombkraft
- Kraftvektor bei gegebener Ladungsverteilung

1.3 Elektrisches Feld, El. Feldstärke

Im freien Raum reicht die Coulombkraft bis ins Unendliche
„der Raum ist von einem elektrischen Kraftfeld erfüllt“
Das elektrische Feld beschreibt diesen Zustand

$$\text{Def.: } \vec{E}(\vec{r}) := \frac{\vec{F}(\vec{r})}{q} \quad \text{Elektrische Feldstärke}$$

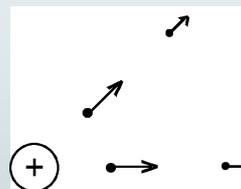
Dabei ist F die Kraft, die auf eine punktförmige Probeladung q
am Ort r ausgeübt wird

$$\text{Einheit: } [E] = \frac{\text{N}}{\text{C}};$$

1.3 Elektrisches Feld, El. Feldstärke

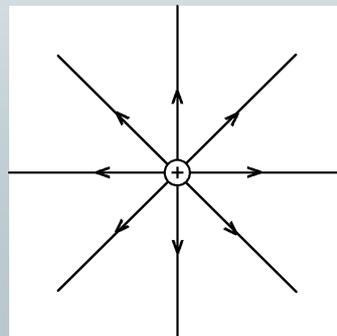
Darstellung des E-Feldes

▣ Richtungsfeld



▣ Feldlinien:

Richtung der Kraft auf eine positive Ladung ist gleich der Tangente an die Feldlinien



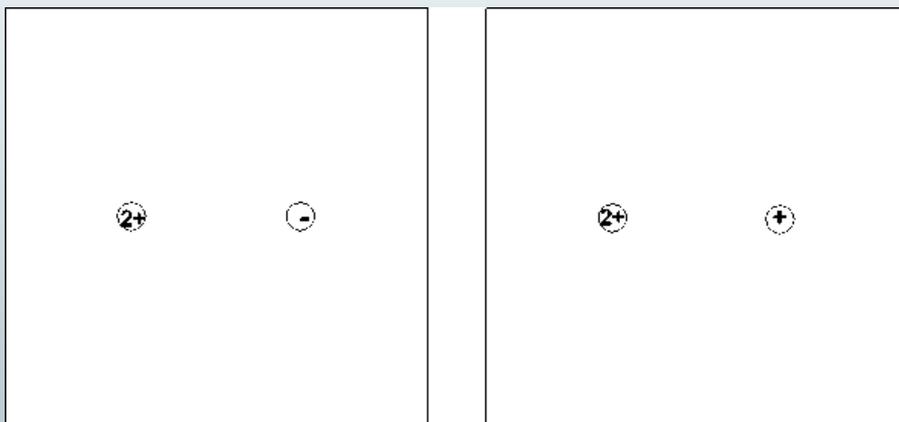
1.3 Elektrisches Feld, El. Feldstärke

Felder einiger grundlegender Ladungskonfigurationen

- Experiment
- Computerprogramm

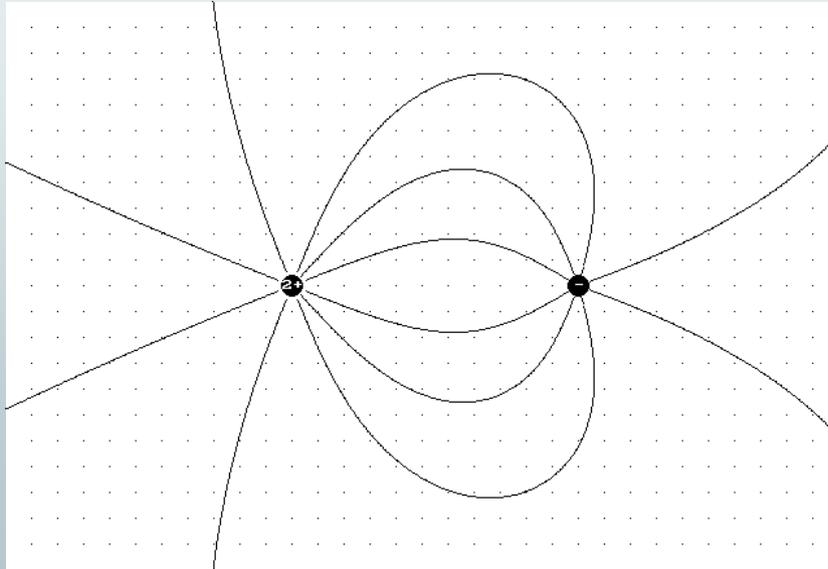
1.3 Elektrisches Feld, El. Feldstärke

Felder einiger grundlegender Ladungskonfigurationen



1.3 Elektrisches Feld, El. Feldstärke

Felder einiger grundlegender Ladungskonfigurationen

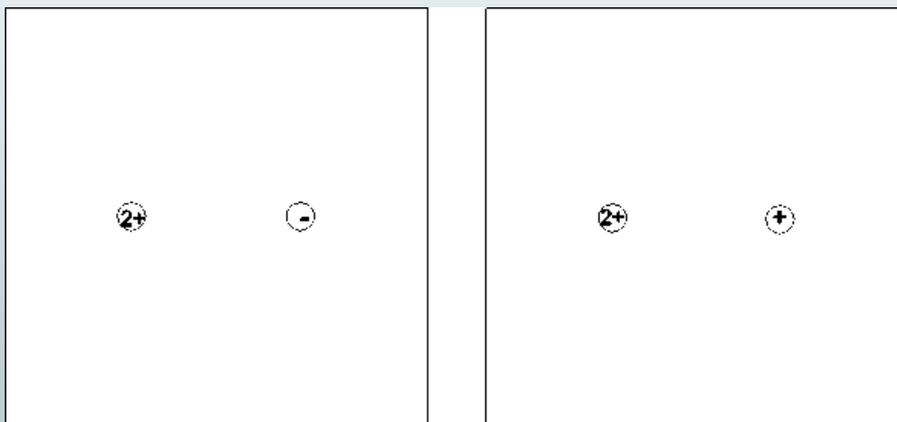


© R. Girwidz

5

1.3 Elektrisches Feld, El. Feldstärke

Felder einiger grundlegender Ladungskonfigurationen

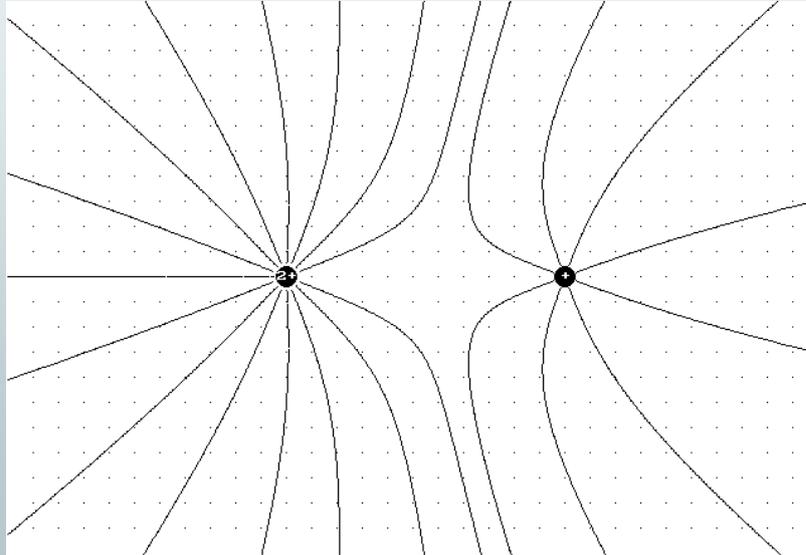


© R. Girwidz

6

1.3 Elektrisches Feld, El. Feldstärke

Felder einiger grundlegender Ladungskonfigurationen

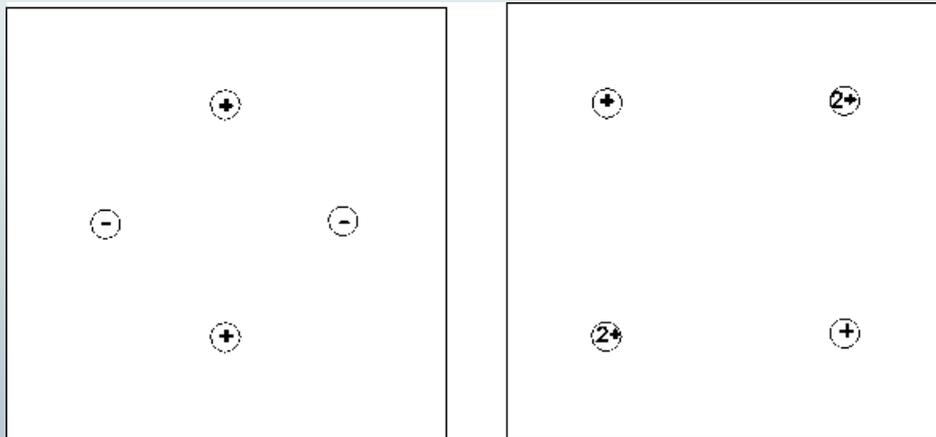


© R. Girwidz

7

1.3 Elektrisches Feld, El. Feldstärke

Felder einiger grundlegender Ladungskonfigurationen

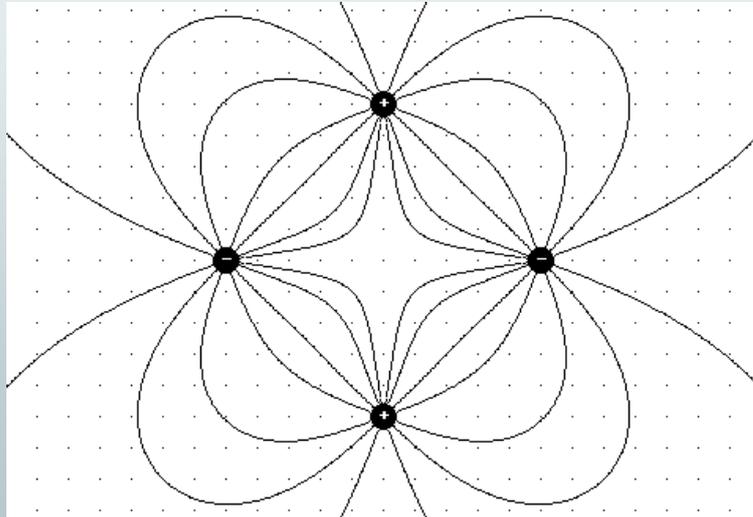


© R. Girwidz

8

1.3 Elektrisches Feld, El. Feldstärke

Felder einiger grundlegender Ladungskonfigurationen

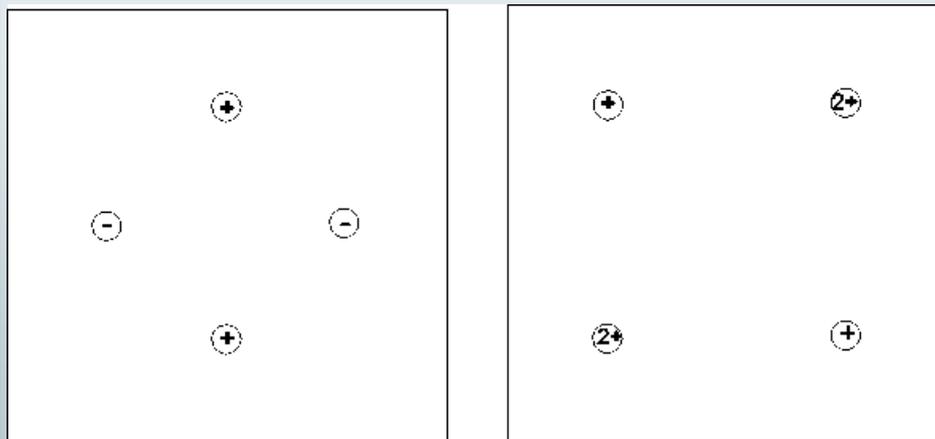


© R. Girwidz

9

1.3 Elektrisches Feld, El. Feldstärke

Felder einiger grundlegender Ladungskonfigurationen

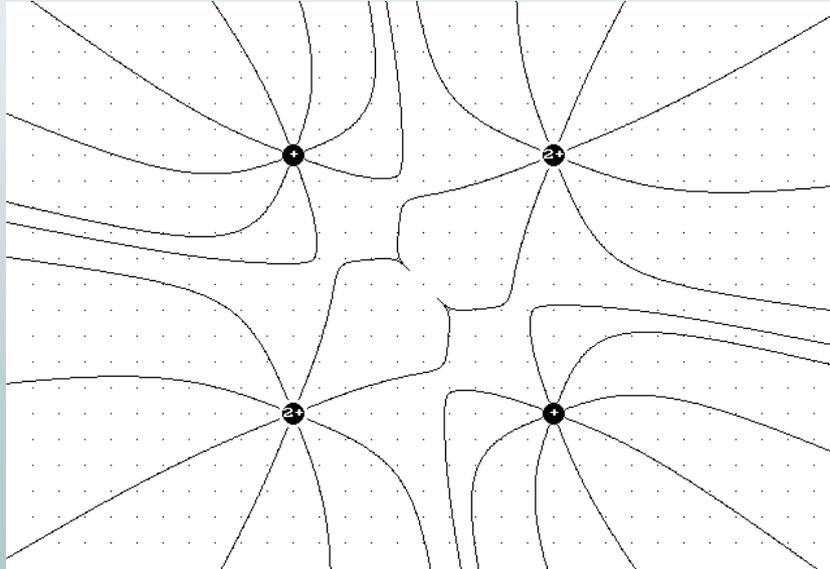


© R. Girwidz

10

1.3 Elektrisches Feld, El. Feldstärke

Felder einiger grundlegender Ladungskonfigurationen

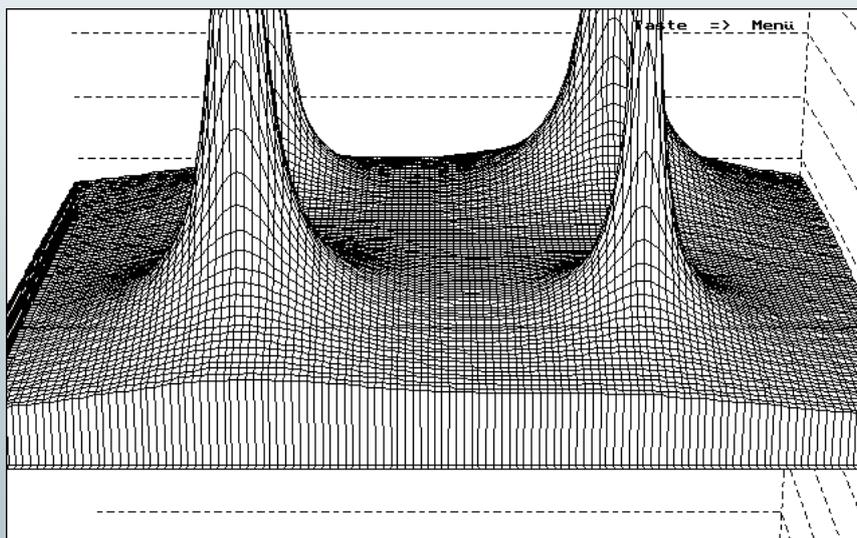


© R. Girwidz

11

1.3 Elektrisches Feld, El. Feldstärke

Felder einiger grundlegender Ladungskonfigurationen

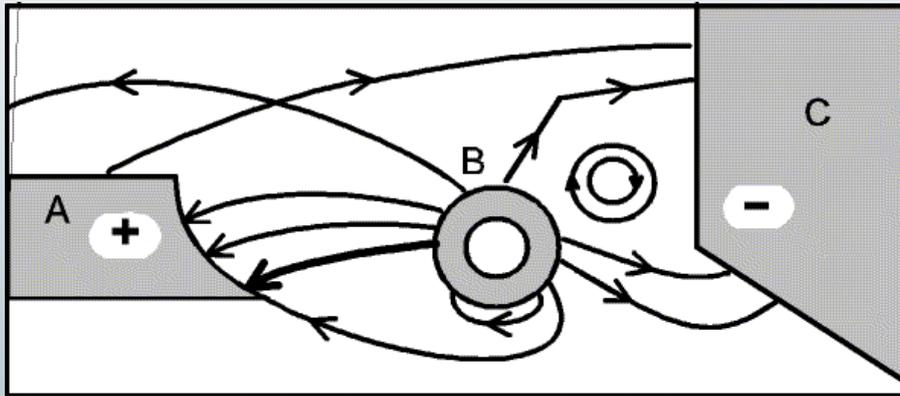


© R. Girwidz

12

1.3 Elektrisches Feld, El. Feldstärke

Feldlinien



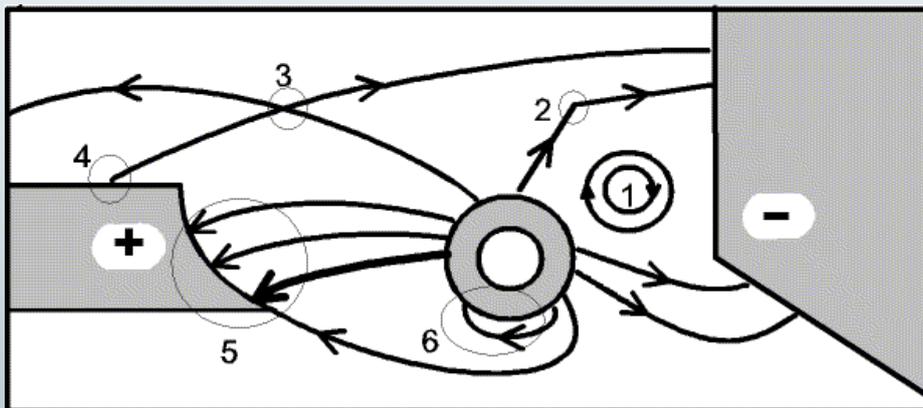
Törnkvist, Pettersson, Tranströmer (1993)

© R. Girwidz

13

1.3 Elektrisches Feld, El. Feldstärke

Feldlinien



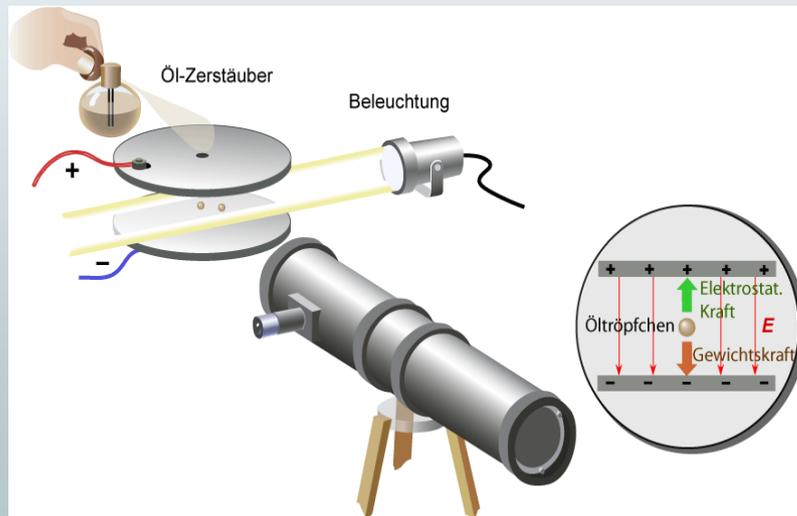
Törnkvist, Pettersson, Tranströmer (1993)

© R. Girwidz

14

Millikanversuch, Elementarladung

- Millikan (1868-1953), Nobelpreis 1923:
Bestimmung der Elementarladung (1910)



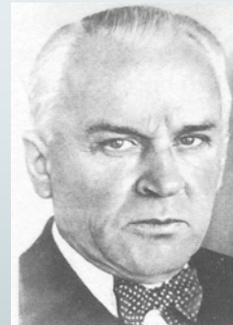
© R. Girwidz

15

Millikanversuch, Elementarladung

- Millikan (1868-1953), Nobelpreis 1923:
Bestimmung der Elementarladung (1910)

(Rechnung siehe Aufgabe)



- Weitere Hinweise auf die Elementarladung:
 - Einzelladungen im B-Feld
 - Elektrolytische Leitung (kleinste Einheiten)
 - Schwankungserscheinungen bei el. Strömen

© R. Girwidz

16

1.3 Elektrisches Feld, El. Feldstärke

Charakteristika des E-Feldes

- "Quellen- und Senkenfeld"

Ladungen sind Quellen und Senken des E-Feldes
(Feldlinien beginnen bzw. enden in Ladungen oder Singularitäten des Feldes)

- Das (elektrostatische) E-Feld ist wirbelfrei

Es gibt keine geschlossenen Feldlinien / keine Wirbel

1.3 Elektrisches Feld, El. Feldstärke

Berechnung elektrischer Felder

- Feld einer Punktladung:
$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q\vec{r}}{r^3}$$

$$|\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q|}{r^2}$$

- Feldstärke bei einer diskreten Ladungsverteilung und Superpositionsprinzip

(siehe Aufgabe)

1.3 Elektrisches Feld, El. Feldstärke

Feldstärke an Spitzen



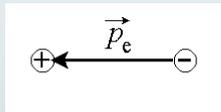
© R. Girwidz

19

1.3 Elektrisches Feld, El. Feldstärke

■ Dipolfeld (Berechnungen siehe Beispielaufgaben)

- Def. Dipolvektor:



$$|\vec{p}_e| = q \cdot a$$

- Feldstärke auf der Dipolachse (x-Achse)

$$E_\alpha \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2 \cdot p_e}{x^3}; \quad \text{für } x \gg a$$

- Feldstärke auf der Mittelsenkrechten zur Dipolachse (y-Achse)
(siehe Rechnungen)

$$E_\beta \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_e}{y^3}; \quad \text{für } y \gg a$$

- Allgemein:

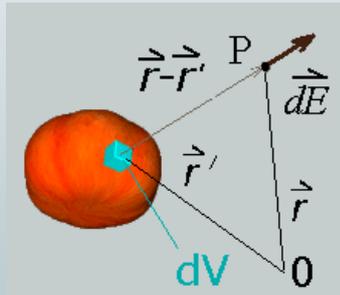
$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r})\vec{r} - (\vec{r} \cdot \vec{r})\vec{p}}{r^5}$$

© R. Girwidz

20

1.3 Elektrisches Feld, El. Feldstärke

- Felder kontinuierlicher Ladungsverteilungen (siehe Aufgaben)



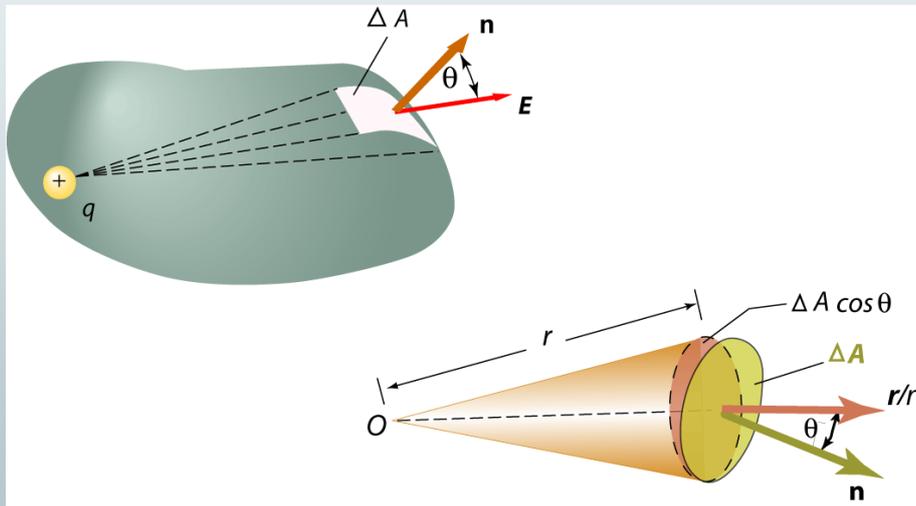
$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\vec{r}') * (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\vec{r}') * (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3\vec{r}'$$

1.3 Elektrisches Feld, El. Feldstärke

- Rechenbeispiel: Stab mit homogener Linienladungsdichte (siehe Rechnung)

1.4 Gaußsches Gesetz



© R. Girwidz

23

1.4 Gaußsches Gesetz

"Quellen- und Senkenfeld math. erfasst"

A) Definitionen

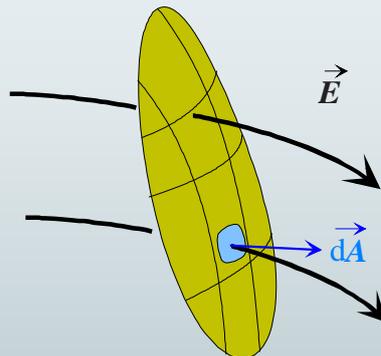
- Elektrischer Fluss

$$\Phi = \int_A \epsilon_r \epsilon_0 \cdot \vec{E} d\vec{A}$$

$\epsilon_r = 1$ im Vakuum

- Elektrische Flussdichte / dielektrische Verschiebung

$$\vec{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \cdot \vec{E}$$



Der Flächenvektor steht senkrecht auf der Oberfläche
Er ist bei geschlossen Oberflächen nach außen gerichtet

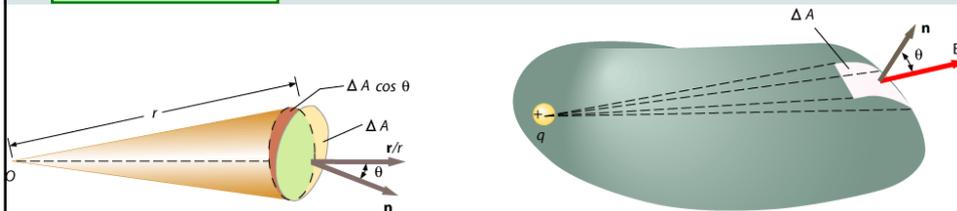
© R. Girwidz

24

1.4 Gaußsches Gesetz

Der elektrische Fluss

$$\Phi = \int_A \epsilon_r \epsilon_0 \cdot \vec{E} d\vec{A}$$



Der Flächenvektor steht senkrecht auf der Oberfläche
Er ist bei geschlossenen Oberflächen nach außen gerichtet

1.4 Gaußsches Gesetz

B) Gesetz von Gauß

Der Gesamtfluss durch eine beliebige geschlossene Oberfläche ist gleich der eingeschlossenen Gesamtladung

$$\Phi_{\text{Ges}} = \oint \epsilon_0 \cdot \vec{E} d\vec{A} = Q_{\text{innen}} \quad (\text{zunächst im Vakuum})$$

$$\Phi_{\text{Ges}} = \oint \vec{D} d\vec{A} = Q_{\text{innen}}$$

1.4 Gaußsches Gesetz

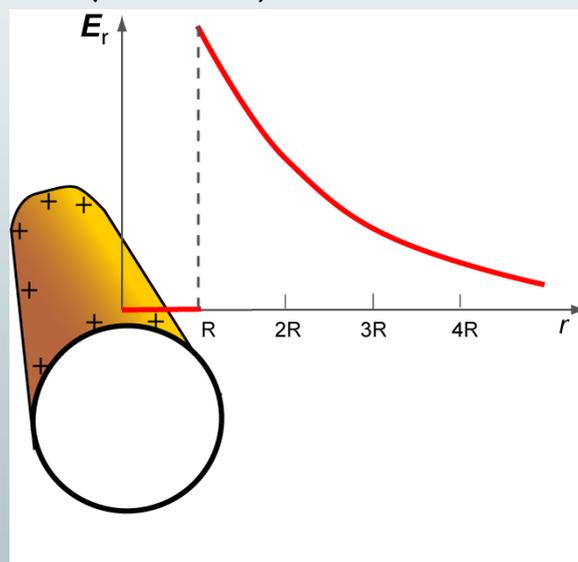
C) Anwendung bei charakteristischen Feldverteilungen

- Feld einer Punktladung
- Feld einer unendlich langen Linienladung
- Feld innerhalb einer leitenden Kugel / Hohlkugel
- Feld einer unendlich ausgedehnten Ladungsschicht
- Feld eines idealen Plattenkondensators

(siehe Rechnungen)

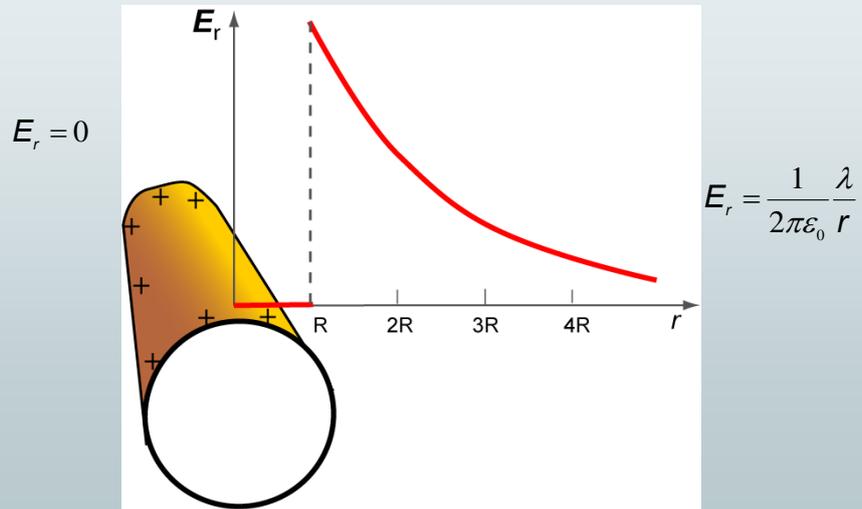
1.4 Gaußsches Gesetz

Geladener Stab (leitend / hohl)



1.4 Gaußsches Gesetz

Geladener Stab (leitend / hohl)

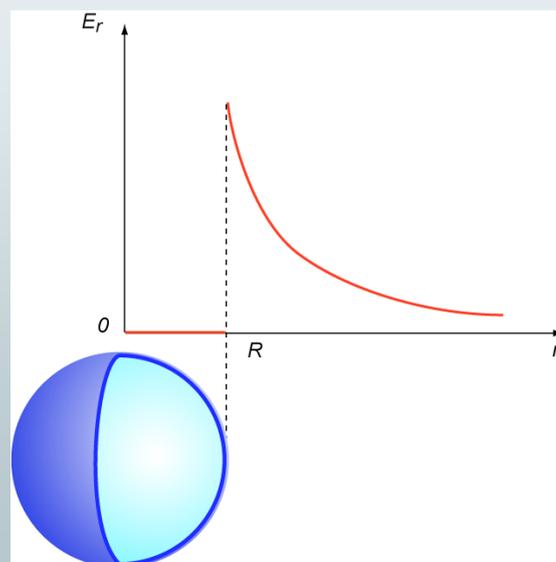


© R. Girwidz

29

1.4 Gaußsches Gesetz

Geladene Kugel (leitend / hohl)

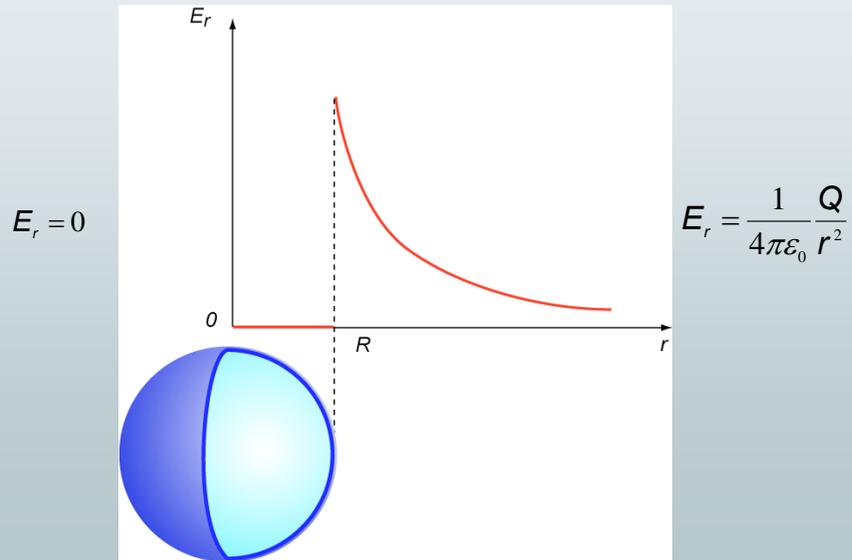


© R. Girwidz

30

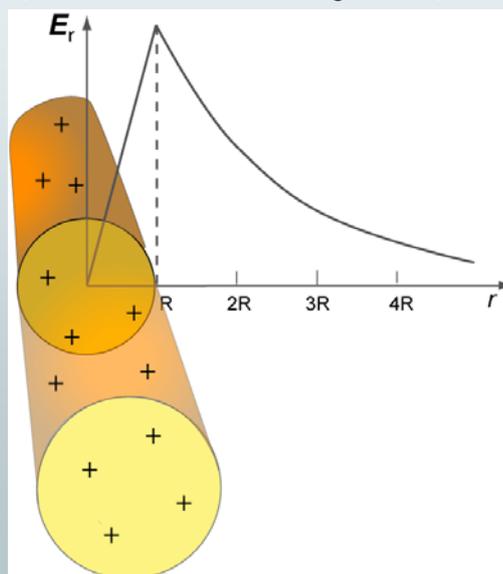
1.4 Gaußsches Gesetz

Geladene Kugel (leitend / hohl)



1.4 Gaußsches Gesetz

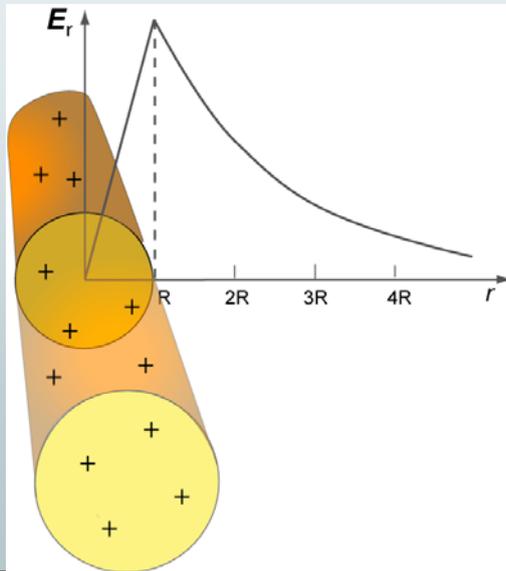
Geladener Stab (isolierend, konst. Ladungsdichte)



1.4 Gaußsches Gesetz

Geladener Stab (isolierend, konst. Ladungsdichte)

$$E_r = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R^2} \cdot r$$



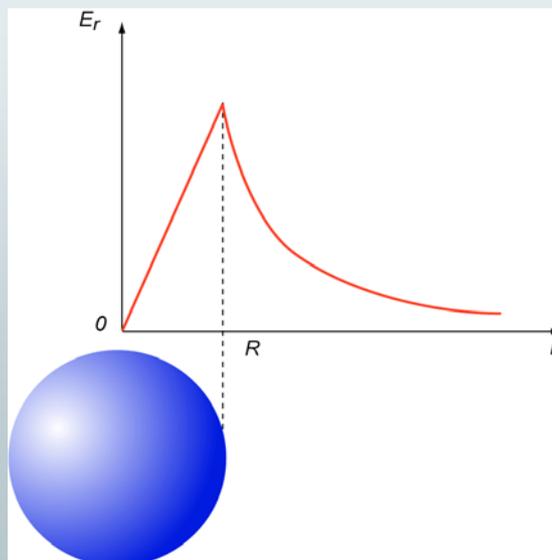
$$E_r = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$$

© R. Girwidz

33

1.4 Gaußsches Gesetz

Geladene Kugel (homogene Ladungsdichte)



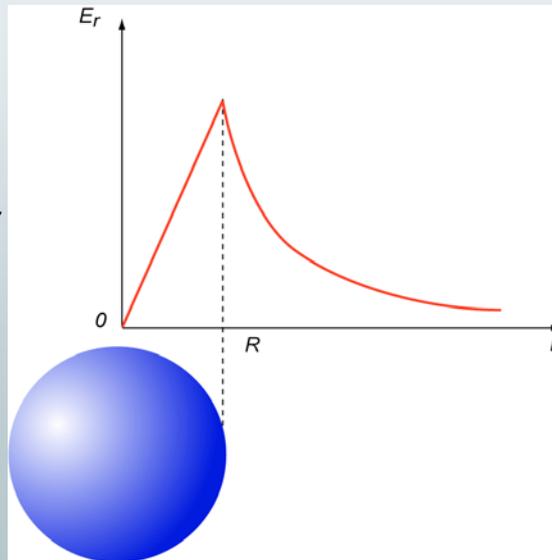
© R. Girwidz

34

1.4 Gaußsches Gesetz

Geladene Kugel (homogene Ladungsdichte)

$$E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^3} \cdot r$$



$$E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

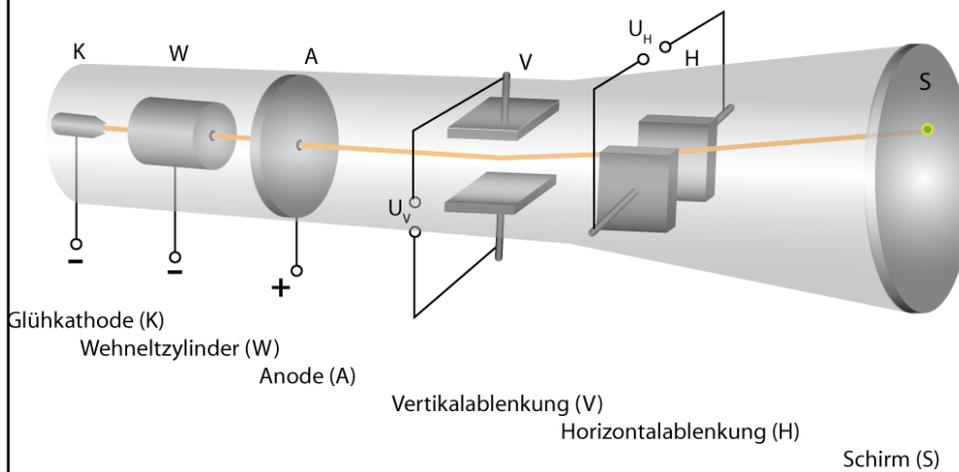
© R. Girwidz

35

Anwendungen

Oszilloskop

Prinzipieller Aufbau des Elektronenstrahl-Oszilloskops

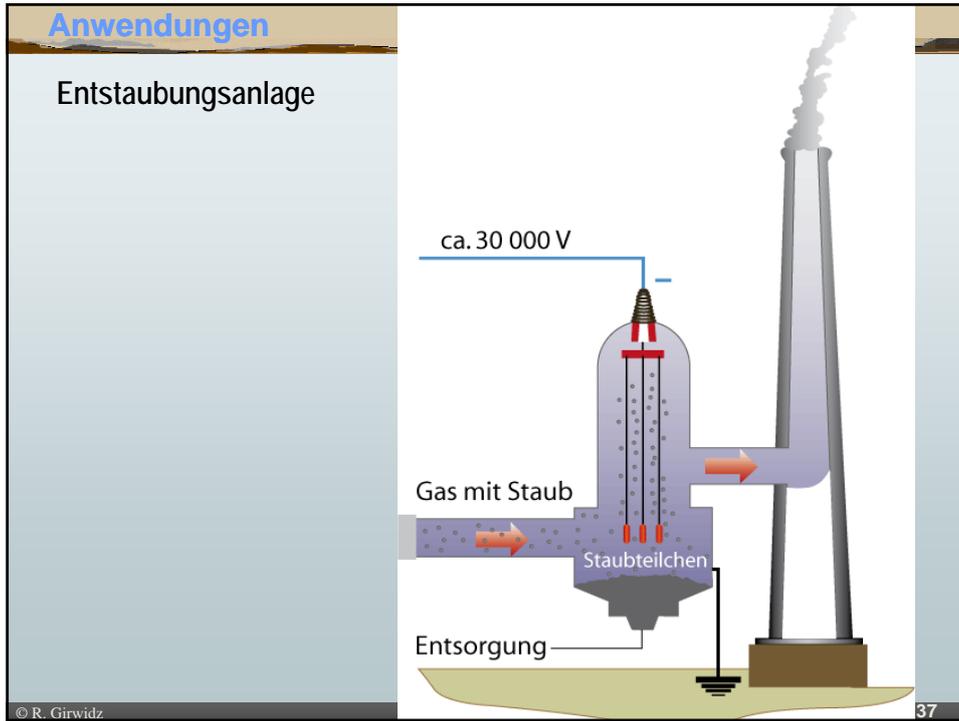


© R. Girwidz

36

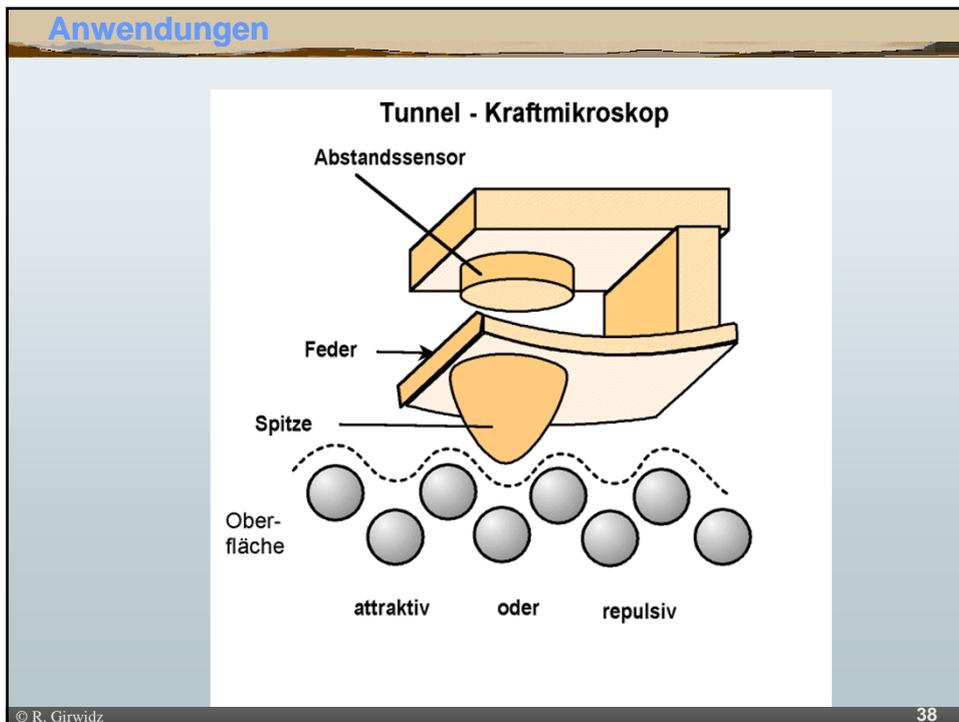
Anwendungen

Entstaubungsanlage



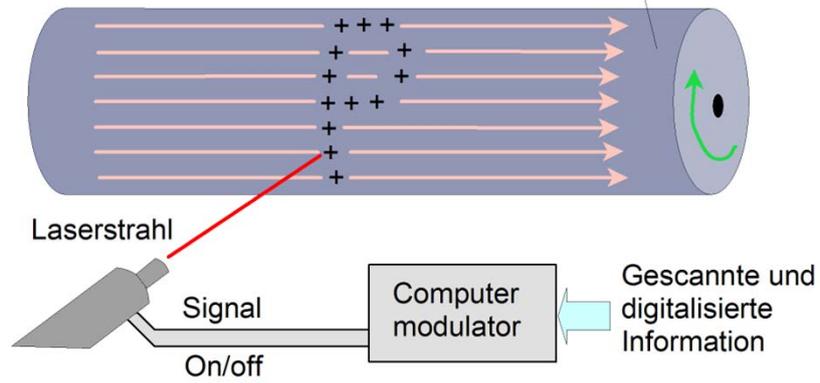
Anwendungen

Tunnel - Kraftmikroskop

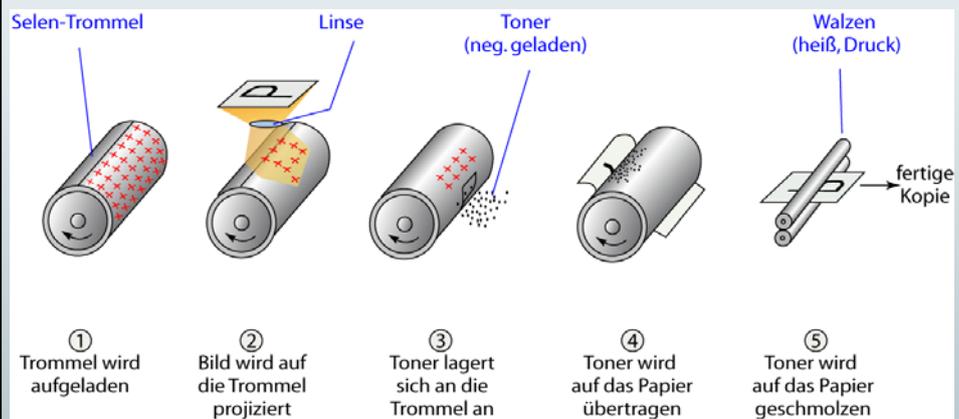


Anwendungen

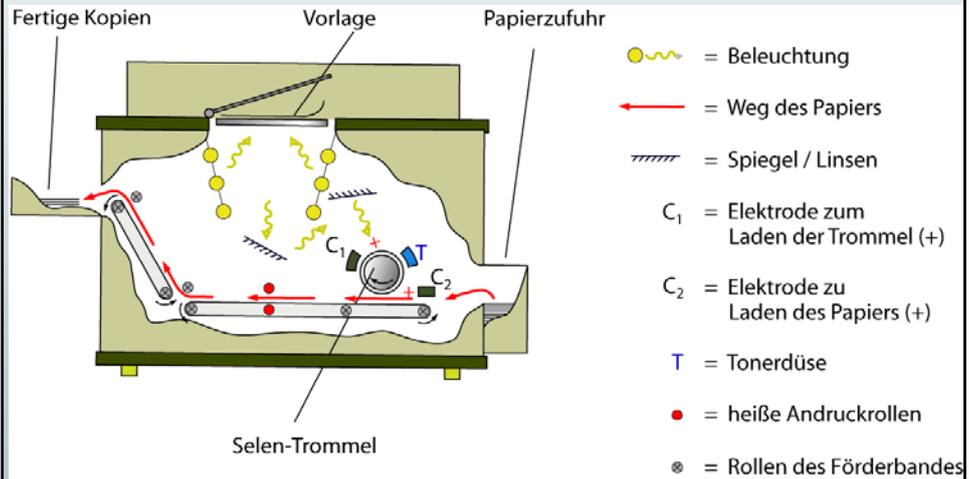
Laserstrahl "schreibt" auf die lichtempfindliche Walze



Anwendungen

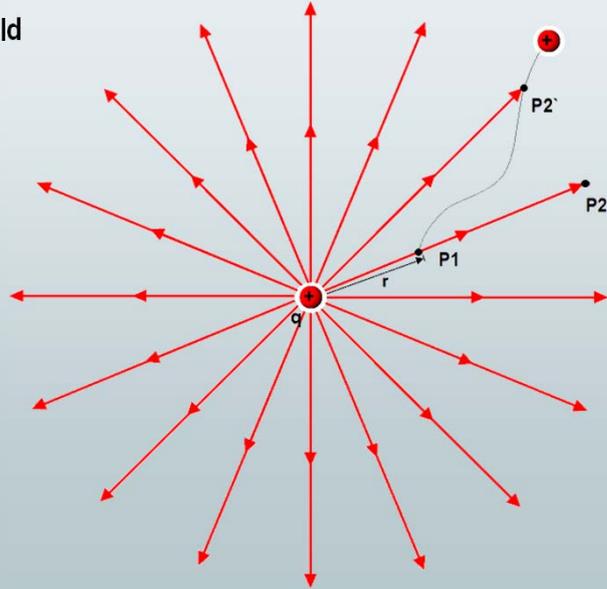


Anwendungen



1.5 Arbeit im elektrischen Feld, Potential

„Äußere“ Arbeit im E-Feld

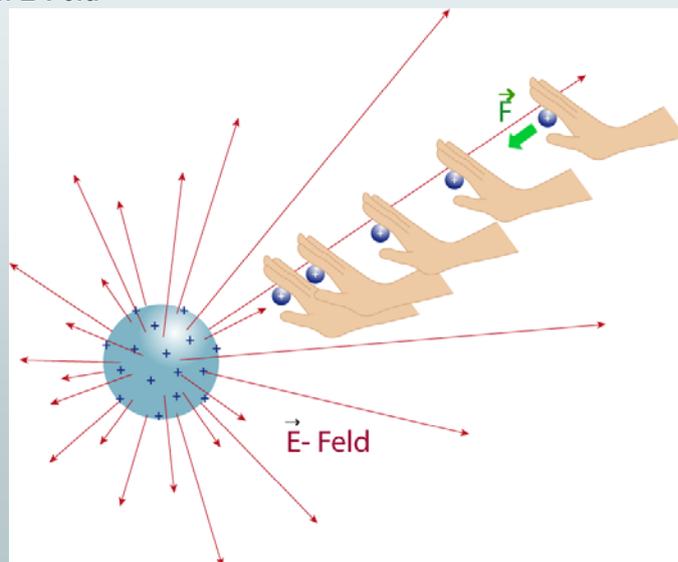


© R. Girwidz

1

1.5 Arbeit im elektrischen Feld, Potential

„Äußere“ Arbeit im E-Feld



© R. Girwidz

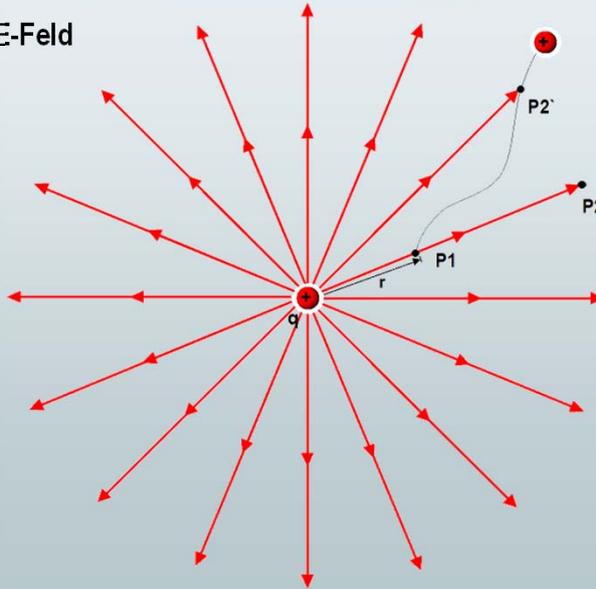
2

1.5 Arbeit im elektrischen Feld, Potential

„Äußere“ Arbeit im E-Feld

$$\begin{aligned}dW &= \vec{F}_{\text{au\ss en}} d\vec{s} \\ &= -\vec{F}_{\text{Coulomb}} d\vec{s} \\ &= -q \vec{E} d\vec{s}\end{aligned}$$

$$W_{12} = q \int_{r_1}^{r_2} -\vec{E} d\vec{s}$$



© R. Girwidz

3

1.5 Arbeit im elektrischen Feld, Potential

Arbeit im E-Feld

Siehe Rechnungen zu :

- radiale Verschiebung
- Zusammensetzungen
- geschlossene Wege

© R. Girwidz

4

1.5 Arbeit im elektrischen Feld, Potential

In einem elektrischen Feld $\vec{E}(\vec{r})$ wird von ganz weit her ("∞") eine Ladung q zum Ort \vec{r} gebracht. Dabei muß Arbeit gegen die Coulombkraft verrichtet werden.

$\varphi(\vec{r})$ ist das elektrische Potential (des elektrischen Feldes) am Ort \vec{r} .

$$\varphi = \frac{W_{pot}(\infty \rightarrow \vec{r})}{q} = -\int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{E}(\vec{r}) d\vec{r}$$

© R. Girwidz

5

1.5 Arbeit im elektrischen Feld, Potential

In einem elektrischen Feld $\vec{E}(\vec{r})$ wird von ganz weit her ("∞") eine Ladung q zum Ort \vec{r} gebracht. Dabei muß Arbeit gegen die Coulombkraft verrichtet werden.

$$\begin{aligned} W_{pot}(\infty \rightarrow \vec{r}) &= -\int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{F}_c d\vec{r} \\ &= -\int_{\infty}^{\vec{r}} q\vec{E}(\vec{r}) d\vec{r} \\ &= q \left(-\int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{E}(\vec{r}) d\vec{r} \right) \\ &= q \cdot \varphi(\vec{r}) \end{aligned}$$

$\varphi(\vec{r})$ ist das elektrische Potential (des elektrischen Feldes) am Ort \vec{r} .

$$\varphi = \frac{W_{pot}(\infty \rightarrow \vec{r})}{q} = -\int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{E}(\vec{r}) d\vec{r}$$

© R. Girwidz

6

1.5 Arbeit im elektrischen Feld, Potential

$$W_{12} = q(\varphi_2 - \varphi_1);$$
$$= q \cdot \Delta\varphi;$$

mit $\Delta\varphi$ als Potentialdifferenz

$$[\varphi] = 1 \text{ V};$$

1.5 Arbeit im elektrischen Feld, Potential

Äquipotentiallinien:

- sind Linien (Flächen) gleichen Potentials
- stehen *senkrecht* auf den Feldlinien

1.5 Arbeit im elektrischen Feld, Potential

Äquipotentiallinien:

- sind Linien (Flächen) gleichen Potentials
- stehen *senkrecht* auf den Feldlinien

Potentialverteilung einiger Ladungskonfigurationen

- Experiment
- Computerprogramm

1.5 Arbeit im elektrischen Feld, Potential

Potentialgradient als elektrische Feldstärke

Definition:

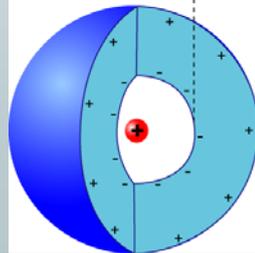
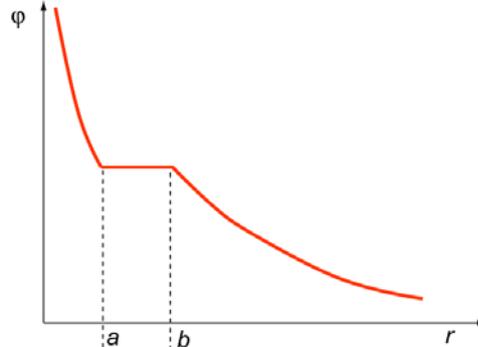
$$\varphi = - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

"Umkehrung":

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\varphi}{d\vec{r}} \right. &= \text{grad } \varphi = -\vec{E}; \\ &= \frac{d\varphi}{dx} \vec{e}_x + \frac{d\varphi}{dy} \vec{e}_y + \frac{d\varphi}{dz} \vec{e}_z; \end{aligned}$$

1.5 Arbeit im elektrischen Feld, Potential

Potentialverlauf bei einer
konzentrischen Kugel



© R. Girwidz

11

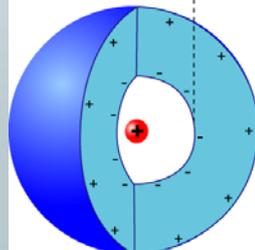
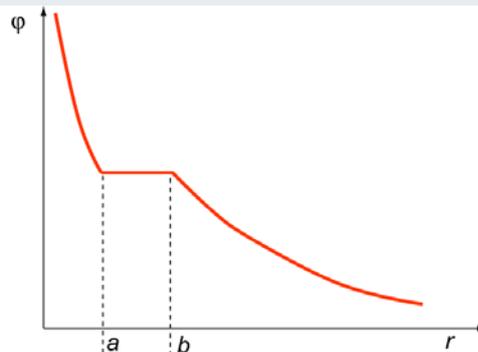
1.5 Arbeit im elektrischen Feld, Potential

Potentialverlauf bei einer
konzentrischen Kugel

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q}{r} - \frac{q}{a} + \frac{q}{b} \right]$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{b}$$

$$\varphi_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$



© R. Girwidz

12

1.5 Arbeit im elektrischen Feld, Potential

Wird eine Ladung zwischen Punkten unterschiedlichen Potentials Verscho-ben, so gehört dazu eine *positive oder negative* potentielle Energie.

Wir nennen die elektrische Potentialdifferenz

$$\varphi(\vec{r}_1) - \varphi(\vec{r}_2) = U_{12}$$

die elektrische Spannung zwischen den beiden Punkten \vec{r}_1 und \vec{r}_2

Die Dimension der Spannung [U] heißt *Volt*.

1.5 Arbeit im elektrischen Feld, Potential

Spannungsquellen:

Blitz	10 000 000 V
Fernsehröhre	20 000 V
„Steckdose“	230 V
Max. Berührungsspannung (VDE)	65 V
Batterie-Zelle	1.5 V
Membranspannung	0.05 V

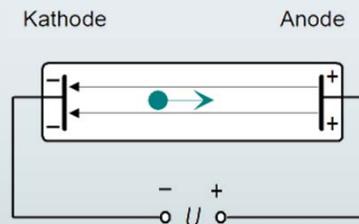
1.5 Arbeit im elektrischen Feld, Potential

Rechenbeispiele für Potentialverteilungen bei verschiedenen Ladungsanordnungen:

- geladene Kugel
- "unendlich" ausgedehnte Ladungsschicht
- "unendlich" lange Linienladung
- idealer Plattenkondensator

1.6 Ladungen im E-Feld

Vakuümrohre (Prinzipiskizze)



Die Elektronen werden zur Anode hin beschleunigt, da sie negativ geladen sind.

U : Elektrodenspannung

d : Elektrodenabstand

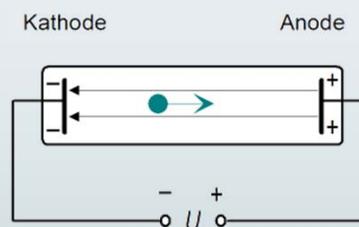
m : Elektronenmasse

a : Elektronenbeschleunigung

$$\Rightarrow a = \frac{e}{m} * \frac{U}{d}$$

1.6 Ladungen im E-Feld

Vakuümrohre (Prinzipiskizze)



Die Elektronen werden zur Anode hin beschleunigt, da sie negativ geladen sind.

$$E = \frac{U}{d}$$

U : Elektrodenspannung

d : Elektrodenabstand

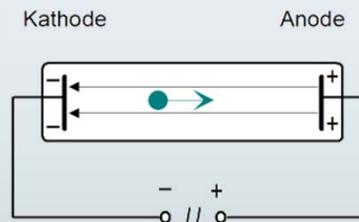
m : Elektronenmasse

a : Elektronenbeschleunigung

$$\Rightarrow a = \frac{e}{m} * \frac{U}{d}$$

1.6 Ladungen im E-Feld

Vakuümrohre (Prinzipiskizze)



Die Elektronen werden zur Anode hin beschleunigt, da sie negativ geladen sind.

$$E = \frac{U}{d}$$

$$F_c = qE = eE$$

$$F_c = F_{mech} = ma$$

$$\Rightarrow a = \frac{e}{m} * \frac{U}{d}$$

U : Elektrodenspannung

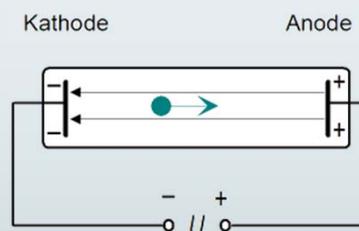
d : Elektrodenabstand

m : Elektronenmasse

a : Elektronenbeschleunigung

1.6 Ladungen im E-Feld

Vakuümrohre (Prinzipiskizze)



$$W_{kin} = e \cdot U$$

Nach Durchfliegen der Potentialdifferenz (Spannung) U hat ein Elektron die kinetische Energie $e \cdot U$ gewonnen.

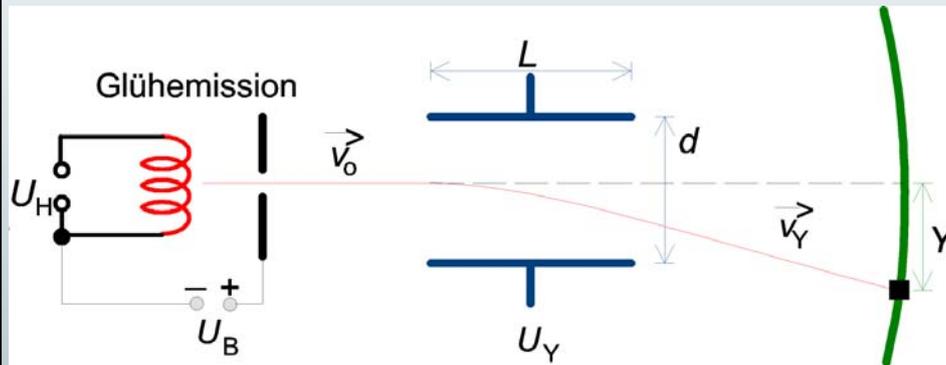
→ oft gebrauchte Energieeinheit:

Elektronenvolt eV

$$\begin{aligned} 1\text{eV} &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C} \cdot \text{V} \\ &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{J} \end{aligned}$$

1.6 Ladungen im E-Feld

Kathodenstrahlröhre (Braunsche Röhre)

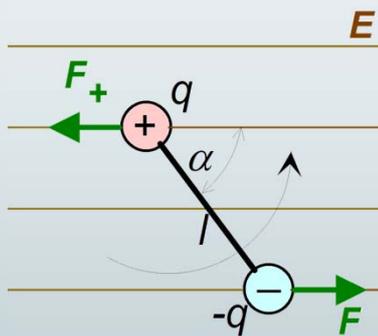


Die Strahlauslenkung ist proportional zur Spannung an den „Ablenkplatten“
-> Aufgabe

© R. Girwidz

5

1.6 Dipol im E-Feld



$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$$

$$W_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

(siehe Rechenbeispiel)

© R. Girwidz

6

1.7 Leiter im elektrischen Feld, Influenz

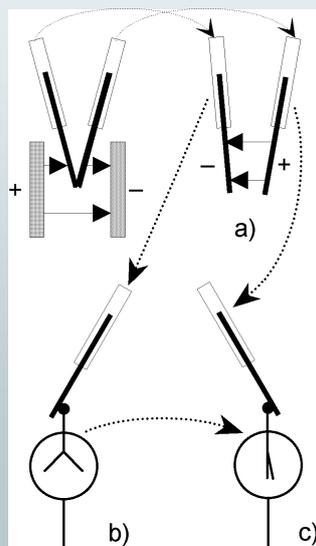
- Ein Leiter im elektrostatischen Gleichgewicht trägt die el. Ladung auf der Oberfläche.
- Das E-Feld im Innern des Leiters verschwindet.
- Unmittelbar außerhalb besitzt es die Stärke:

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \sigma : \text{Oberflächenladungsdichte}$$

- Influenz:**
In einem äußeren Feld verlagern sich die Ladungen im Leiter

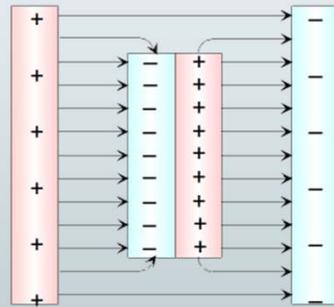
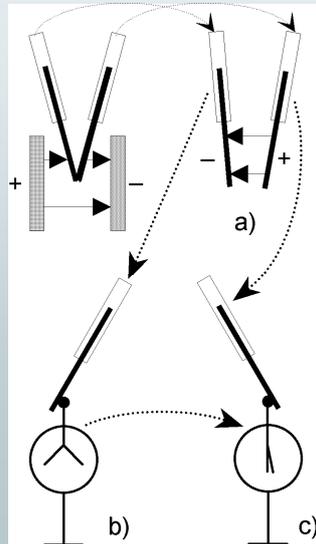
1.7 Leiter im elektrischen Feld, Influenz

➔ zur Influenz:



1.7 Leiter im elektrischen Feld, Influenz

➔ zur Influenz:



© R. Girwidz

9

1.7 Leiter im elektrischen Feld, Influenz

➔ Beispiele zur Influenz:

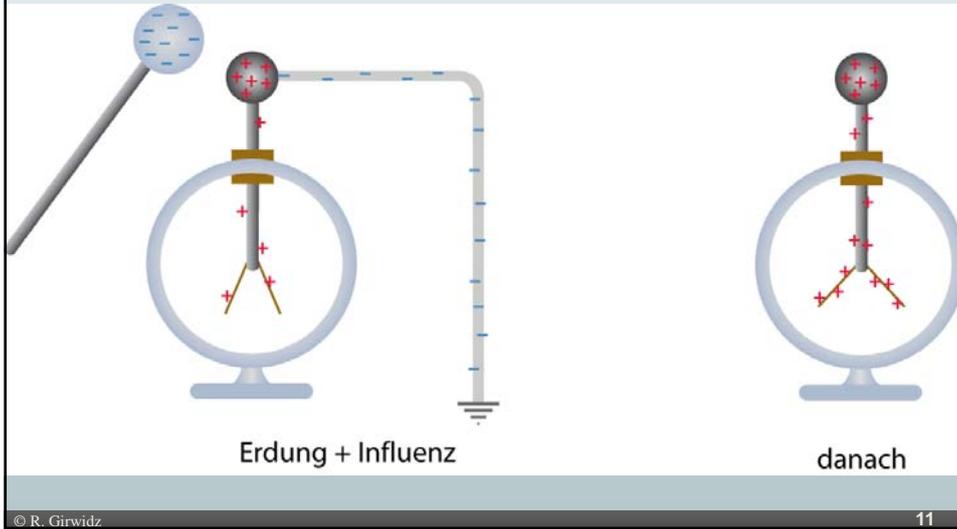


© R. Girwidz

10

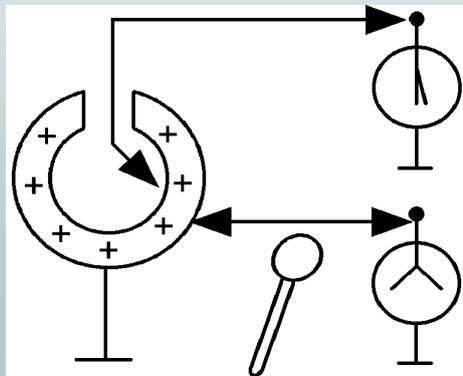
1.7 Leiter im elektrischen Feld, Influenz

► Beispiele zur Influenz:



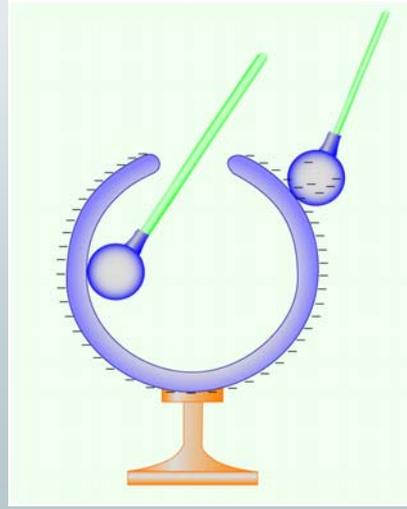
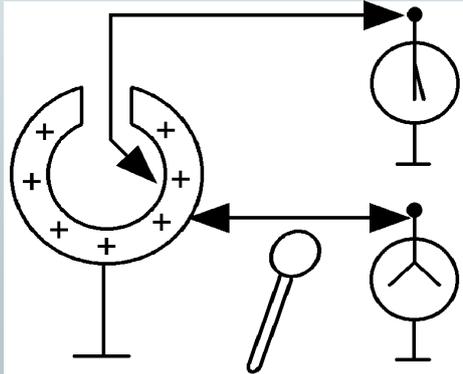
1.7 Leiter im elektrischen Feld, Influenz

► Ladung auf Leitern:



1.7 Leiter im elektrischen Feld, Influenz

➤ Ladung auf Leitern:

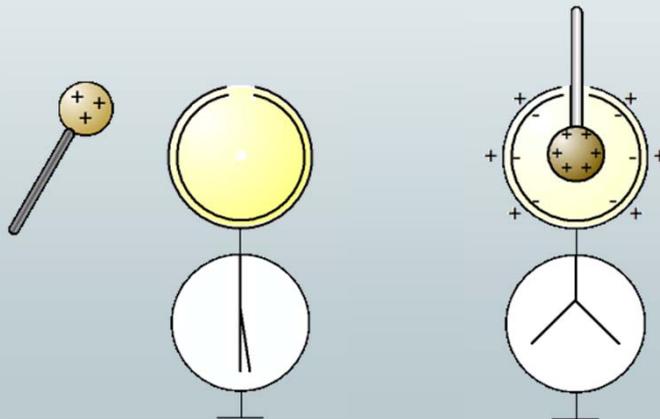


© R. Girwidz

13

1.7 Leiter im elektrischen Feld, Influenz

➤ Beispiele zur Influenz:



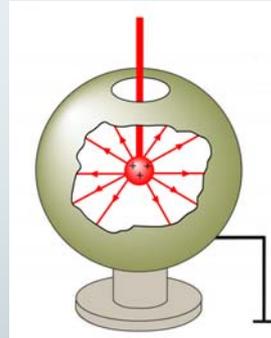
© R. Girwidz

14

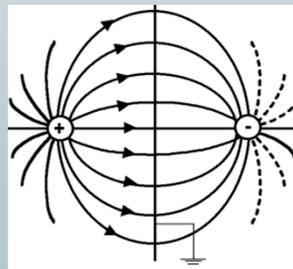
1.7 Leiter im elektrischen Feld, Influenz

➤ Beispiele zur Influenz:

▣ Abschirmung



▣ Spiegelladung:



© R. Girwidz

15

1.7 Leiter im elektrischen Feld, Influenz

➤ Influenz:

Elektrische Leiter enthalten frei bewegliche Ladungsträger, die in el. Feldern infolge der Coulombkraft verschoben werden.

Für geladene elektrische Leiter gilt:

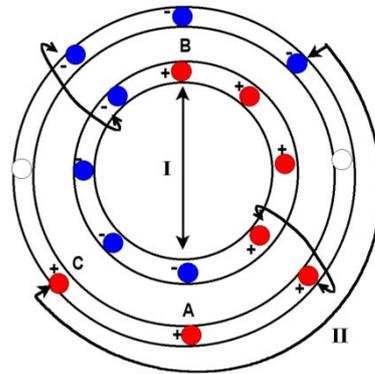
- ▣ Das el. Feld im Innern ist Null
- ▣ Das el. Potential im Innern ist konstant
- ▣ Alle Ladungen sitzen auf der Oberfläche

© R. Girwidz

16

1.7 Leiter im elektrischen Feld, Influenz

→ Beispiele zur Influenz:

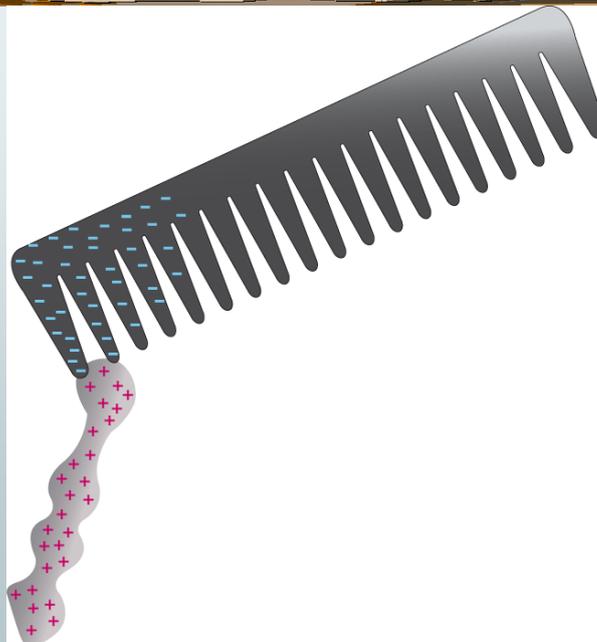


© R. Girwidz

17

1.7 Leiter im elektrischen Feld, Influenz

→ Beispiele zur Influenz:

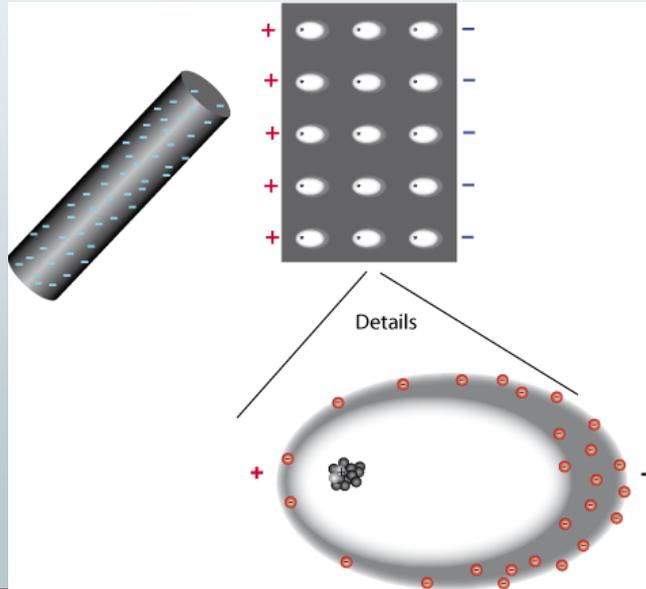


© R. Girwidz

18

1.7 Leiter im elektrischen Feld, Influenz

➤ "Influenz" / Ladungsverschiebung bei Isolatoren

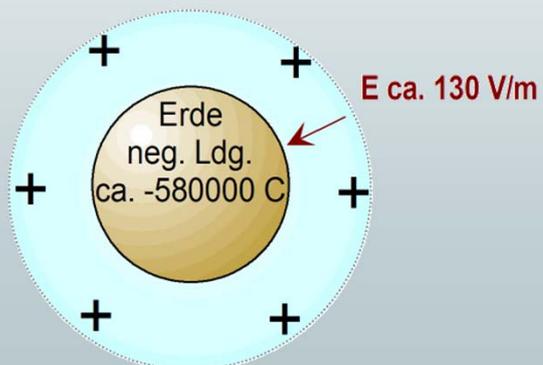


© R. Girwidz

19

Gewitter

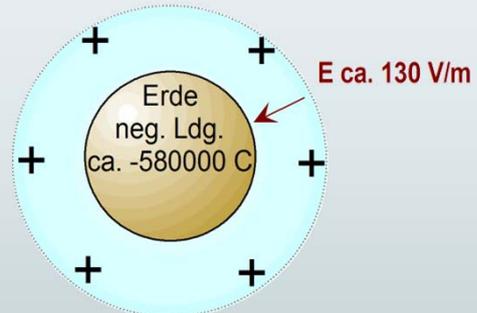
- Elektrizität der Atmosphäre
 - positive Raumladung in der Atmosphäre
 - permanenter Ladungstransport ca. 1000 A



© R. Girwidz

20

Gewitter



- Warum keine Neutralisation? – "Gewitter sind nötig."
 - ca. 100 Blitze / Sekunde
 - Orientierungsgrößen: 100 MV, 20 kA (bis 400 000 A), 5 MWh, 10-20 C, ca. 10 ms, (Aufheizung auf etwa 30000 Grad)
 - in Bayern: 6 Blitzeinschläge jährlich auf einem Quadratkilometer

© R. Girwidz

21

Gewitter

- Computerprogramm



© R. Girwidz

22

Gewitter



© R. Girwidz

23

1.8 Kondensator

- Def. Kapazität:

$$Q = C \cdot U; \quad C := \frac{Q}{U}$$

$$[C] = 1\text{F}; \quad \text{typisch : pF, nF, } \mu\text{F}$$

1.8 Kondensator

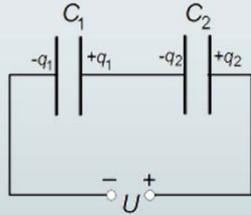
Rechenbeispiele:

- Plattenkondensator $C = \frac{A \varepsilon_0}{d}$
- Zylinderkondensator $C = \frac{2\pi \varepsilon_0 l}{\ln \frac{r_a}{r_i}}$
- Kugelkondensator $C = \frac{4\pi \varepsilon_0 R_i R_a}{R_a - R_i}$

1.8 Kondensator

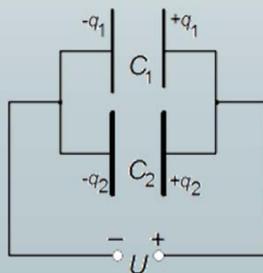
Zusammenschaltung von Kondensatoren:

■ seriell



$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

■ parallel



$$C = C_1 + C_2$$

siehe Rechnung

© R. Girwidz

3

1.8 Kondensator

■ Feldenergie
Energiedichte im Vakuum:

$$\frac{W}{V} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \cdot E^2$$

■ Plattenkondensator:
– Feldenergie

$$W = \frac{1}{2} C U^2$$

– Kraft zw. Platten

$$F = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 A}{d^2} U^2$$

© R. Girwidz

4

1.9 Dielektrika im E-Feld

- Über Betrachtungen am Plattenkondensator motiviert

$$\frac{Q_{Diel}}{Q} = \varepsilon_r; \quad \text{bei konst. Spannung}$$

- Def.:

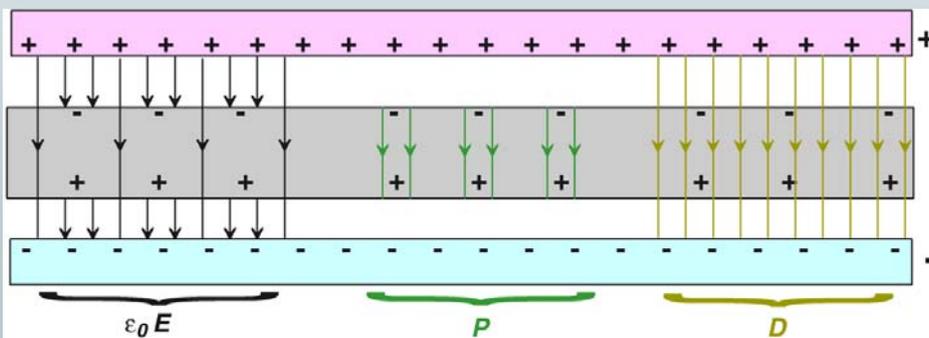
$$C_{Diel} = \varepsilon_r \cdot C; \quad \frac{U}{U_{Diel}} = \varepsilon_r;$$

ε_r : relative Dielektrizitätskonstante

1.9 Dielektrika im E-Feld

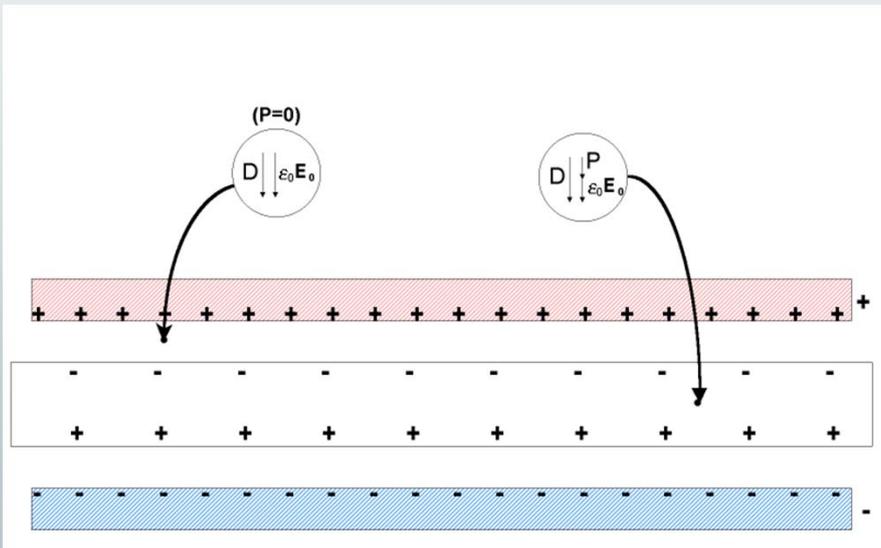
➤ Vorstellung:

- D-Feldlinien verbinden freie Ladungen
- P-Feldlinien verbinden induzierte Dipole (Richtung wie Dipolvektor)
- E-Feldlinien verbinden „Nettoladungen“



1.9 Dielektrika im E-Feld

→ Vorstellung:



© R. Girwidz

7

1.9 Dielektrika im E-Feld

Gesetz von Gauß

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q_{\text{frei}}$$

$$D = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot E$$

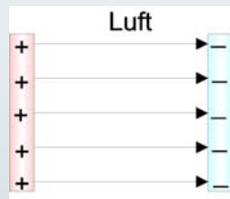
$$\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}$$

\vec{P} : Polarisation
(Dipolmomentdichte)

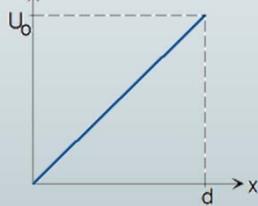
© R. Girwidz

8

1.9 Dielektrika im E-Feld

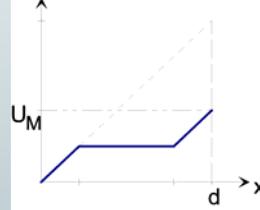
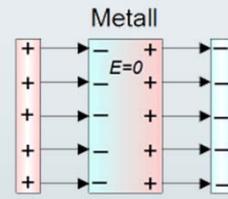


$Q = \text{const};$



$$C_0 = \frac{q}{U_0};$$

$$U_0 = E \cdot d;$$



$$U_M < U_0;$$

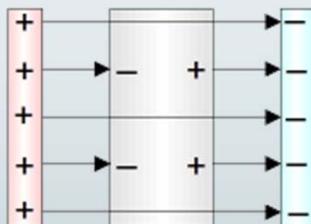
$$C_M > C_0;$$

© R. Girwidz

9

1.9 Dielektrika im E-Feld

Isolator



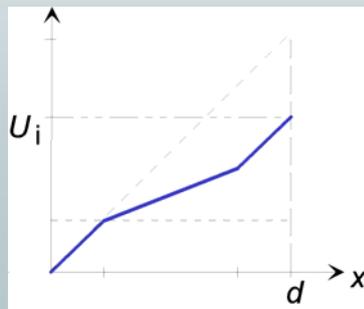
$$U_{\text{Isolator}} < U_0$$

$$(U_{\text{Isolator}} > U_{\text{Metall}})$$

$$C_i = \epsilon_r \cdot C_0$$

$$U_i = \frac{1}{\epsilon_r} U_0$$

ϵ_r : relative
Dielektrizitätskonstante

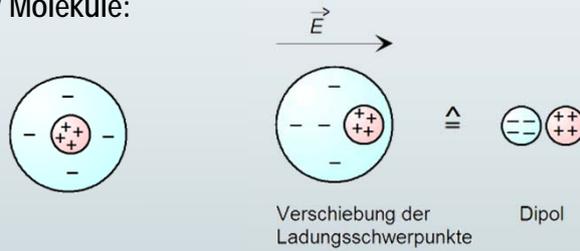


© R. Girwidz

10

1.9 Dielektrika im E-Feld

A. Unipolare Atome / Moleküle:



- Im E-Feld wird ein Dipolmoment induziert:

$$\vec{p} = q \cdot \vec{L}; \quad (\text{Richtung von } -q \text{ nach } +q)$$

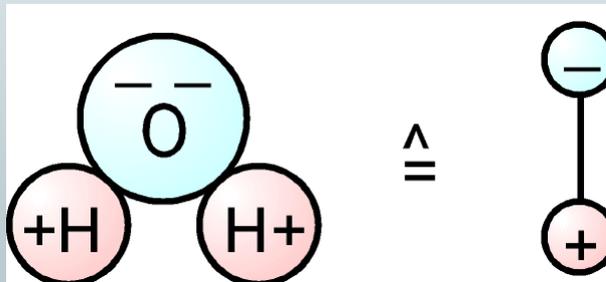
$$\vec{p} = \alpha \cdot \vec{E};$$

1.9 Dielektrika im E-Feld

B. Polare Atome / Moleküle

(haben auch ohne E-Feld ein Dipolmoment)

z. B. H₂O



1.9 Dielektrika im E-Feld

- Relative Dielektrizitätskonstanten:

Luft: 1,0006

Schwefel: 4,0

Quarz: 4,3

Kochsalz: 6,1

Porzellan: 7,0

Trafoöl: 2,3

Methanol: 36,0

Wasser: 81,0

1.9 Dielektrika im E-Feld

Verhalten an Grenzflächen:

- Die Normalkomponenten von D sind stetig

$$D_{1,n} = D_{2,n}; \quad \text{damit:} \quad E_{2,n} = \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} E_{1,n};$$

- Die Tangentialkomponenten von E sind stetig

$$E_{1,t} = E_{2,t}; \quad \text{damit:} \quad D_{2,t} = \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} D_{1,t};$$

1.10 Polarisierungseffekte

Kraftwirkung auf Dielektrikum:

- Ein Dielektrikum wird "ins Feld hineingezogen"

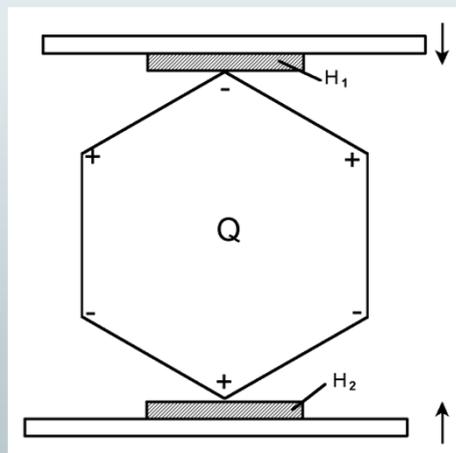
Begründung: Abschwächung der E-Feldes durch das Dielektrikum => Feldenergie wird frei

$$\frac{W}{V} = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E} = \frac{1}{2} \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot E^2 \quad (\text{isotrop. Diel.})$$

1.10 Polarisierungseffekte

Piezoelektrischer Effekt /
Elektrostriktion

- Piezozünder, Piezo-Tonabnehmer, Piezo-Mikrofon, Schwingquarz, Ultraschallgeber, Sensoren
- Perowskite, Quarz, Turmalin, Seignette-Salz



1.10 Polarisierungseffekte

Piezoelektrischer Effekt / Elektrostriktion

- Perowskitestruktur

