

# Die *Bergmann'sche* Regel –

## Vorschlag für einen fachübergreifenden Unterricht

M. Hopf, G. Colicchia, H. Wiesner

Eine Reihe von empirischen Untersuchungen hat gezeigt, dass die Anwendung von physikalischen Gesetzmäßigkeiten in biologischen und medizinischen Bereichen auf besonderes Interesse von Jugendlichen stößt. In den letzten Jahren wurden hierzu mehrere umsetzbare Vorschläge entwickelt. Der vorliegende Artikel ist hier einzuordnen und soll ein bislang wenig diskutiertes Phänomen der Biologie aus physikalischer Sicht erläutern und Möglichkeiten aufzeigen, dieses Phänomen im Rahmen eines fachübergreifenden Unterrichts der Sekundarstufe I zu behandeln.

Immer wieder neu verblüffend ist, wie gut sich die Lebewesen im Laufe der Evolution an ihre Umwelt angepasst haben. Die Vielfalt der Anpassungsmöglichkeiten an Lebensräume in den verschiedensten Klimazonen ist beeindruckend. Der entscheidende Faktor dabei ist die adäqua-

te Regulierung des Wärmehaushaltes. Während Tiere, die in kalten Regionen leben, darauf angewiesen sind möglichst wenig Energie abzugeben und dazu oft mit einer gut isolierenden Schicht – sei es ein Fell oder eine dicke Fettschicht – ausgestattet sind, müssen Lebewesen in heißen Regionen sehr gut Wärme abgeben können. Bei solchen Lebewesen finden sich entsprechend seltener Isolierschichten.

Auf den ersten Blick erstaunlich ist, dass vom Körperbau her größere Tiere einer Art günstiger für eine kältere Umgebung geschaffen sein sollen als kleinere Tiere. Dass dies auf Grund physikalischer Gesetze zutrifft, soll in diesem Aufsatz begründet werden. Unsere Vorgehensweise ist so gewählt, dass sie weitgehend im Unterricht nachvollzogen werden kann.

## 1 Die Bergmann'sche Regel

Im Jahr 1847 formulierte der deutsche Anatom und Physiologe *Carl Bergmann* folgende, auf Beobachtungen basierende Regel für gleichwarme (homoiotherme) Lebewesen:

- Innerhalb einer Art sind die Individuen, die in kälteren Regionen leben, größer als die Individuen, die in wärmeren Regionen leben.

Die *Bergmann'sche Regel* wird bis heute als gültig angesehen und findet sich in vielen Lehrbüchern als ein Beispiel für die Anpassung von Lebewesen. Nach aktuellen Forschungsarbeiten [1] zeigen mehr als 70% der Vögel und etwa 65% der Säugetiere eine signifikante Korrelation zwischen Körpergröße und geographischer Breite. Die Beispiele in Abb. 1 und Abb. 2 sollen die *Bergmann'sche Regel* verdeutlichen.

Ein ebenfalls oft zitiertes Beispiel für die *Bergmann'sche Regel* sind Pinguine. Kaiserpinguine leben auf dem Packeisgürtel um den antarktischen Kontinent. Sie erreichen Größen über 120 cm und Körpermassen von 30 – 50 kg. Königspinguine leben etwas weiter im Norden auf Inseln um die Antarktis und erreichen Größen von 80 – 100 cm und Körpermassen von 10 – 20 kg.

Tiere der gleichen Art sind in kälteren Gegenden nicht nur größer, ihre Körperform ist auch „rundlicher“.

## 2 Erklärungsvorschläge für die Bergmann'sche Regel

Seit Formulierung der *Bergmann'sche Regel* wird darüber diskutiert, wie die beobachteten Variationen erklärt werden könnten. Als Wirkungsmechanismen wurden u. a. die Größe der Beutetiere, die Widerstandsfähigkeit bei Nahrungsmangel oder die Abhängigkeit des Wachstums vom Breitengrad vorgeschlagen. Es gibt aber auch Studien, die eine beobachtete Variation in der Körpergröße auf die Anpassung an Niederschlagsmengen oder den Wettbewerb mit anderen Arten um die vorhandenen Ressourcen zurückführen. [1], [2]

Für den Physikunterricht besonders relevant ist der Erklärungsvorschlag, der auf *Carl Bergmann* selbst zurückgeht. Dieser Erklärung zufolge unterscheiden sich die Wärmehaushalte von kleinen und großen Tieren erheblich. Dies wird im Wesentlichen auf die (unterschiedlichen) Änderungen von Oberfläche und Volumen bei Veränderung der Körpergröße zurückgeführt. Dieses Argument soll im Folgenden näher erläutert werden.

## 3 Wärmehaushalt

Vögel und Säugetiere haben im Lauf der Evolution die Eigenschaft entwickelt, ihre Körpertemperatur mehr oder wenig unabhängig von der jeweiligen Umgebung konstant auf einem relativ hohen Niveau (30 – 40 °C) zu halten. Man bezeichnet sie entsprechend als homoiotherme („warmblütige“) Lebewesen. Die Körpertemperatur dieser Lebewesen schwankt nur um wenige Grad. Dies ist umso erstaunlicher, als sich ja die Umgebungstemperaturen in erheblichem Maß je nach Lebensraum und lokalem Klima verändern. Um die Körpertemperatur konstant zu halten,

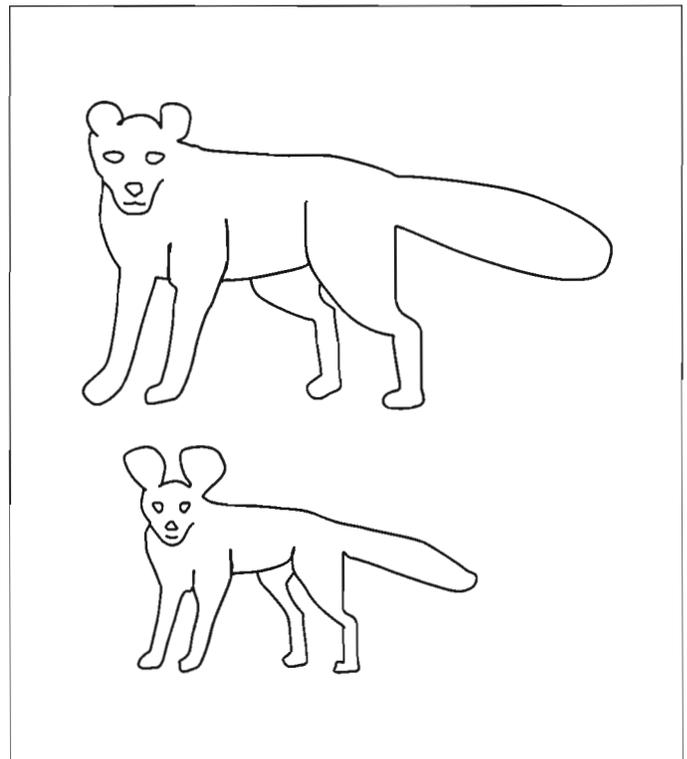
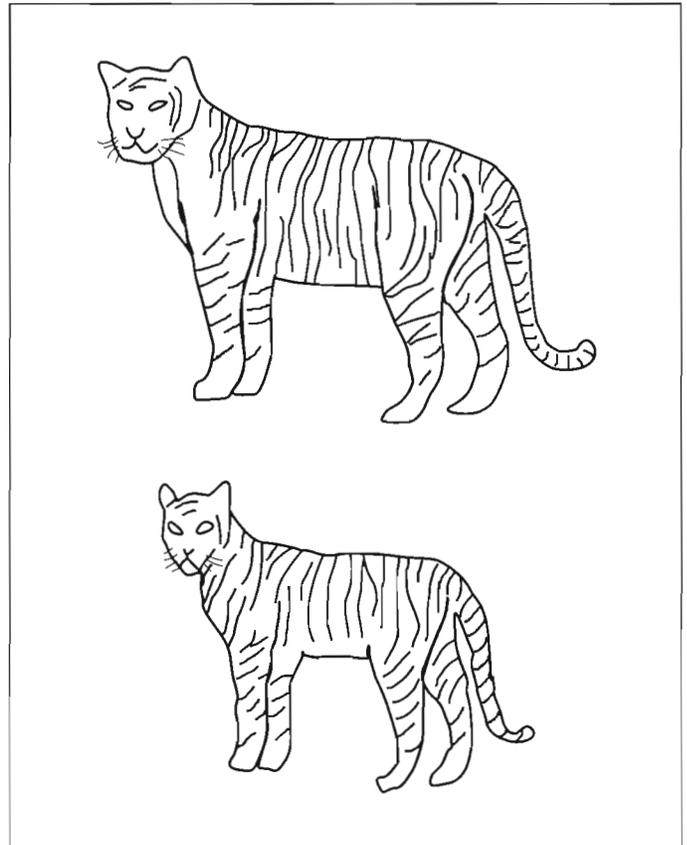


Abb. 1 (oben): Der sibirische Tiger wird bis zu 3,3 m lang und erreicht bis zu 300 kg an Körpermasse, der Sumatratiger hingegen wird nur 2,5 m lang und erreicht maximal 140 kg an Körpermasse.

Abb. 2 (unten): Der in unseren Breiten heimische Rotfuchs hat etwa 20 eng verwandte Fuchsarten, die über den ganzen Globus verteilt sind. Die bekanntesten darunter sind der Polarfuchs (Eisfuchs) und der Wüstenfuchs (Fennek). Polarfüchse leben in der Polarregion und der Tundra, erreichen Schulterhöhen von 30 cm und Körpermassen bis zu 4,5 kg. Fenneks kommen in ganz Nordafrika vor und erreichen nur Schulterhöhen bis zu 22 cm und Körpermassen von 1,5 kg. (Vielfältige Informationen über zahlreiche Tierarten finden sich z. B. auf der Seite [www.markuskappler.ch/Tex/fratex.html](http://www.markuskappler.ch/Tex/fratex.html))

muss also ständig ein Gleichgewicht zwischen der Freisetzung von Wärme durch den Stoffwechsel im Körperinneren und dem Wärmeaustausch zwischen Körper und Umgebung herrschen. Dies geschieht in einem komplizierten Regelkreis. Wie effektiv dieser Regelmechanismus funktioniert, erkennt man daran, dass beim Menschen auch nach einer Zeit intensiver körperlicher Anstrengung, bei der sich die Stoffwechselintensität deutlich erhöht, dennoch keine große Erhöhung der Körpertemperatur zu messen ist. (Das lässt sich leicht durch Temperaturmessung vor und nach dem Joggen bestätigen.)

Für eine Aufrechterhaltung einer konstanten Körpertemperatur muss somit gelten:

$$\text{Wärmeproduktion im Körperinneren} \\ = \text{Wärmeaustausch zwischen Körper und Umgebung}$$

### 3.1 Wärmeproduktion im Körperinneren

Durch die Aktivität des Stoffwechsels wird im Körperinneren ständig Wärme produziert. Ein gewisser Anteil der Wärmeproduktion kann dabei nicht unterschritten werden („Grundumsatz“). Dieser Anteil der Wärmeproduktion ist im Wesentlichen auf die inneren Organe (beim Menschen Nieren, Herz, Lunge, Unterleibsorgane und Gehirn) zurückzuführen. Beim Menschen erzeugen diese Organe 72% der gesamten Wärmeproduktion in Ruhe.

Die Wärmeproduktion kann durch verschiedene Aktivitäten um mehr als das Zehnfache gesteigert werden, z.B. durch Muskelaktivität oder durch unfreiwillige Muskelkontraktionen („Zittern“).

Die gesamte Wärmeproduktion im Inneren hängt natürlich von der Körpergröße ab. Kleine Lebewesen haben entsprechend einen kleineren Energieumsatz als größere Lebewesen.

### 3.2 Wärmeaustausch zwischen Körper und Umgebung

Für den Wärmeaustausch zwischen Lebewesen und ihrer Umgebung spielen alle drei Arten der Wärmeübertragung – Konvektion, Wärmestrahlung sowie Wärmeleitung – eine Rolle. Da die Oberflächentemperatur der Lebewesen in der Regel höher liegt als die Umgebungstemperatur, handelt es sich bei den Wärmeaustauschprozessen vorwiegend um Wärmeverluste des Körpers. Die im Körperinneren produzierte Wärme wird durch Wärmeleitung und über den Blutkreislauf durch Konvektion verbunden mit Wärmeleitung in die äußere Körperschale bis zur Außenhaut gebracht. Von dort wird sie je nach Zustand der Umgebung (Außentemperatur, Temperatur umgebender Gegenstände, Luftbewegung, ...) durch Strahlung oder Wärmeübergang (wesentlich durch Konvektion bestimmt) nach außen abgegeben. Die sich im Gleichgewichtszustand einstellende Oberflächentemperatur  $T_0$  (Hauttemperatur, Temperatur der Fellaußenseite o. Ä.) wird durch den Zustand der Umgebung bestimmt. Sowohl Wärmeübergang als auch die Strahlungsverluste sind proportional zur Körperoberfläche  $A$ . (Eine detailliertere Diskussion der Wärmeverluste findet sich an anderer Stelle [3].)

Die nach der *Bergmann'schen* Regel beobachteten Korrelationen zwischen Körpergröße und Breitengrad kann qualitativ so erklärt werden: Während der Grundumsatz mit dem Volumen anwächst, steigt der Verlust durch Wärmeaustausch nur mit der Oberfläche des Körpers an. Für größere Körper sind also die Wärmeverluste (relativ zum Volumen betrachtet) deutlich geringer als für kleinere Kör-

per. Dies kann erklären, wieso Tierarten in kälteren Gegenden größere Individuen ausbilden als in wärmeren Gegenden.

Der folgende Exkurs zeigt für die einfachste Körperform, eine Kugel, dass im stationären Gleichgewicht der Wärmestrom aus dem Körper heraus, bezogen auf das Gesamtvolumen, mit der Körpergröße abnimmt.

### 3.3 Exkurs

Wir betrachten den einfachen Fall einer Kugelschale, bei der die beiden Flächen die Temperaturen  $T_0$  und  $T_K$  (Temperaturen der Oberfläche und des Körperkerns) haben. Die Dicke der Kugelschale  $d = r_0 - r_K$  kann z. B. der Dicke der Fettschicht oder des Felles entsprechen (Abb. 3).

Das Temperaturfeld in der Kugelschale ist durch die *Poisson'sche* Differenzialgleichung  $\Delta T = 0$  bestimmt. Wie man durch Einsetzen überprüfen kann, ist eine Lösung dieser Gleichung gegeben durch

$$T = \frac{a}{r} + b$$

mit  $a$  und  $b$  als Konstanten.

Den Temperaturverlauf innerhalb der Kugelschale erhalten wir durch Bestimmung der Konstanten  $a$  und  $b$  aus den beiden Gleichungen

$$T_K = \frac{a}{r_K} + b$$

und

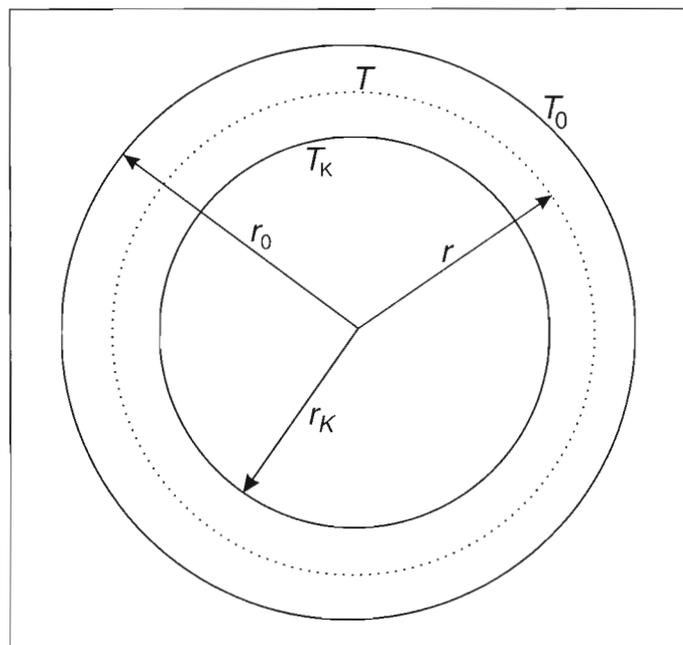
$$T_0 = \frac{a}{r_0} + b$$

und Einsetzen in

$$T = \frac{a}{r} + b$$

Es ergibt sich

**Abb. 3: Modellkörper: Homogener Körperkern (Radius  $r_K$ ) mit der Temperatur  $T_K$ ; homogene Körperschale bzw. Fell- oder Fettschicht zwischen  $r_K$  und  $r_0$ . Konstante Außentemperatur  $T_0$  der Kugeloberfläche.**



$$T(r) = \frac{(T_K - T_O)r_K r_O}{r(r_O - r_K)} - \frac{r_K T_K - r_O T_O}{(r_O - r_K)}$$

Die Wärmestromdichte  $j_Q(r)$  ist gegeben durch

$$j_Q(r) = -\lambda \frac{dT}{dr}$$

( $\lambda$  Wärmeleitfähigkeit). Mit dem obigen  $T(r)$  erhalten wir

$$j_Q(r) = -\lambda \frac{(T_K - T_O)r_K r_O}{r^2(r_O - r_K)}$$

Der Wärmestrom  $\dot{Q}$  aus der Kugelschale heraus ist unabhängig von  $r$ :

$$\dot{Q} = j_Q(r) \cdot 4\pi r^2 = -4\pi\lambda \frac{(T_K - T_O)r_K r_O}{r_O - r_K}$$

Der auf das Volumen bezogene Wärmestrom ist dann

$$\begin{aligned} \frac{\dot{Q}}{V} &= -\frac{3}{4\pi r_O^3} \cdot \frac{4\pi\lambda(T_K - T_O)r_K r_O}{r_O - r_K} \\ &= -\frac{3\lambda(T_K - T_O)r_K}{r_O^2(r_O - r_K)} \\ &= -3\frac{\lambda}{d}(T_K - T_O)\left(\frac{1}{r_O} - \frac{d}{r_O^2}\right) \\ &\approx -3\frac{\lambda}{d}(T_K - T_O)\frac{1}{r_O} \end{aligned}$$

Das bedeutet, dass der auf das Gesamtgewicht bzw. das Gesamtvolumen bezogene Wärmeverlust, beschrieben durch  $r_O$ , mit der „Körpergröße“ abnimmt!

#### 4 Demonstrationsversuch: Körperoberfläche und Wärmeverlust

Durch den folgenden Versuch kann den Schülerinnen und Schülern verdeutlicht werden, dass die Wärmeabgabe pro Masseneinheit von der Größe der Körperoberfläche abhängt und mit dieser abnimmt. Das einfachste Modell eines Lebewesens besteht dabei in einem Behälter, dessen Inneres durch ein Heizelement auf einer konstanten Temperatur gehalten wird. Man vergleicht nun große und kleine „Lebewesen“ durch die Verwendung unterschiedlich großer Behälter, z. B. Kugeln, deren Radien im Verhältnis 1:2 stehen. Eine plausible Schülervermutung ist, dass bei der größeren Kugel dafür eine 8-fache Leistung erforderlich ist, weil das Volumen um diesen Faktor gegenüber der kleineren Kugel größer ist.

Zur experimentellen Umsetzung wurde Wert darauf gelegt, den Versuch leicht durchführbar zu gestalten und entsprechend möglichst einfache Gerätschaften zu verwenden. Aus diesem Grund sind die Ergebnisse nicht sehr genau, aber trotzdem noch gut für die Demonstration der gewünschten Effekte geeignet.

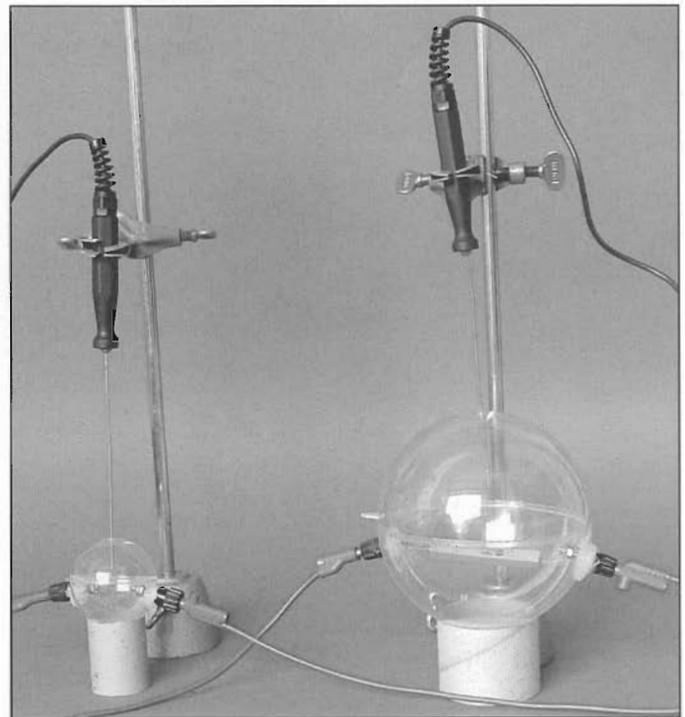


Abb. 4: Mit zwei transparenten, von innen geheizten Plastikku­geln lässt sich eindrücklich demonstrieren, dass der volumenbezogene Wärmeverlust mit der Größe abnimmt.

#### 1. Version

Es werden 2 transparente Plastikku­geln mit Durchmessern von 6 cm bzw. 12 cm verwendet. Jede Kugel besteht aus zwei zusammengefü­gten Hälften einer durchsichtigen Plastikku­gel (vgl. Abb. 4).

Beide Kugeln werden an je zwei Stellen so durchbohrt, dass eine 4 mm-Anschlussbuchse befestigt werden kann. Es empfiehlt sich, die Anschlussbuchsen mit Hilfe einer Heißklebepistole in der Plastikku­gel zu befestigen. Da­durch sind zum einen die Buchsen fest angebracht, zum anderen kann dann auch keine Luft austreten.

Zwischen die beiden Anschlussbuchsen wird jeweils entweder ein Leistungswiderstand (ca. 100 – 150  $\Omega$ ; der Wert selbst ist nicht so entscheidend, da es auf die umgesetzte Leistung ankommt) oder ein Stück gewendelten Widerstandsdrahtes (ca. 50 cm; Widerstand ca. 20  $\Omega$ ) befestigt. Auf der Oberseite der Kugeln wird eine dritte Bohrung zur Durchführung eines Temperaturfühlers angebracht.

Schließt man dieses Heizelement (Leistungswiderstand oder Heizdraht) an ein Netzgerät an, so kann man mit ein wenig Probieren erreichen, dass die Luft im Kugellinneren eine konstante Temperatur, z. B. 40 °C hält. Dazu ist es nötig, die anliegende Spannung vorsichtig einzuregulieren. Die Einstellung gelingt bei Verwendung des Heizdrahtes leichter.

Misst man nun bei beiden Kugeln durch Spannungs- und Strommessung die benötigte Heizleistung, so stellt man fest, dass die Heizleistung pro Volumeneinheit für die größere Kugel deutlich geringer als für die kleine ist.

Wir erhielten im abgebildeten Experiment bei einer Umgebungstemperatur von 20 °C Heizleistungen von 0,8 W für die kleine und 2,3 W für die große Kugel. Die benötigte Heizleistung ist also weniger als dreimal so groß, obwohl sich die beheizten Volumina um einen Faktor von 8 unterscheiden. Realitätsnäher wäre natürlich, die Kugeln mit Wasser bzw. einer Flüssigkeit zu befüllen. Allerdings nimmt der Versuch dann viel Zeit in Anspruch, weil einerseits die Temperaturänderungen bei Wasser sehr lang-

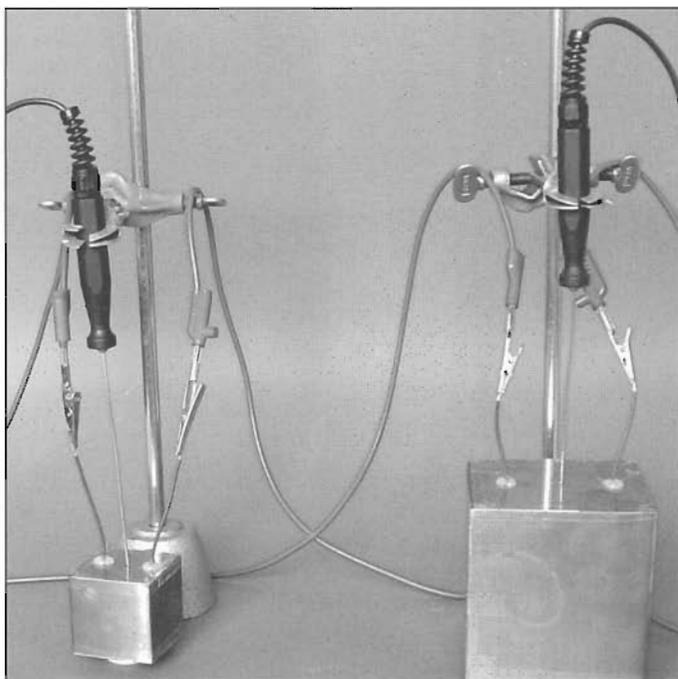


Abb. 5: Alternativversion zum Versuchsaufbau.

sam erfolgen und andererseits die Versuchsanordnung an sich deutlich aufwändiger wird.

Die Benutzung von durchsichtigen Kugeln ist deshalb interessant, weil dadurch der Versuchsaufbau klar wird. Allerdings wird ein Teil der Wärme direkt aus dem Inneren durch die Wände als Strahlung abgegeben ohne dass die Wände eine Wirkung haben. Außerdem haben Kugeln verschiedener Größe unterschiedliche Wandstärken. Die daraus resultierende Ungenauigkeit der gefundenen Werte kann mit den Schülern diskutiert werden, sie ändern an dem deutlichen Effekt aber wenig.

## 2. Version:

Eine Variante des Experiments besteht in der Benutzung von zwei Würfeln an Stelle der zwei Kugeln (Abb. 5). Die

Würfel können z.B. aus einer Kupferfolie (0,3 mm Wandstärke) gefaltet werden. Ein Würfel hat eine Seitenlänge von 3 cm, der andere 6 cm. In beide Würfel wird wieder ein Heizdraht eingebaut und eine Öffnung zur Temperaturmessung vorgesehen.

Beide Würfel werden auf einer inneren Temperatur von 40° C gehalten. Es wird auch in diesem Fall gemessen, dass man dazu beim größeren Würfel nicht eine 8-mal größere Leistung benötigt, sondern nur etwa die dreifache Leistung als beim kleineren Würfel.

Der Aufbau mit den Kupferwürfeln hat den Vorteil, dass es hier keine Verluste durch Abstrahlung aus dem Körperinneren gibt, die Herstellung der Würfel ist allerdings etwas aufwendiger als bei der ersten Version.

## Erklärung der Ergebnisse

Mit Hilfe von Würfeln lässt sich etwas anschaulicher der Zusammenhang zwischen Volumen und Oberfläche besprechen. Untersucht man acht warme Körper in Form von Würfeln, so verliert jeder Würfel an jeder seiner Seitenflächen Wärme. Die Seitenflächen der einzelnen kleinen Würfel betragen in der Summe 48. Wenn wir jedoch aus diesen 8 Würfeln einen großen Würfel zusammenbauen, tritt der Wärmeverlust des großen Würfels nur an seinen Außenseiten auf. Diese Fläche entspricht nur 24 kleinen Seitenflächen. Der Wärmeverlust ist daher wesentlich geringer, weil die Hälfte der ursprünglichen Außenseiten nach innen gerichtet ist.

## Literatur

- [1] Meiri, Shai; Dayan, Tamar: „On the Validity of Bergmann’s Rule“. – In: Journal of Biogeography 30 (2003), S. 331-351  
 [2] Ashton, Kyle G.; Tracy, Marc C.; Queiroz, Alan de: „Is Bergmann’s Rule Valid for Mammals?“. – In: The American Naturalist 156 (2000), S: 390-415.  
 [3] Colicchia, Giuseppe; Wiesner, Hartmut: „Wärmeübertragung bei Tieren.“ – In: Physik in der Schule 36 (1998), 211-216.

## Anschrift der Verfasser:

M. Hopf, G. Colicchia, H. Wiesner, Lehrstuhl für Didaktik der Physik, Universität München, Schellingstr. 4, 80799 München

Abb. 6: Acht einzelne Würfel haben eine größere Oberfläche als ein aus acht Würfeln zusammengesetzter großer Würfel.

