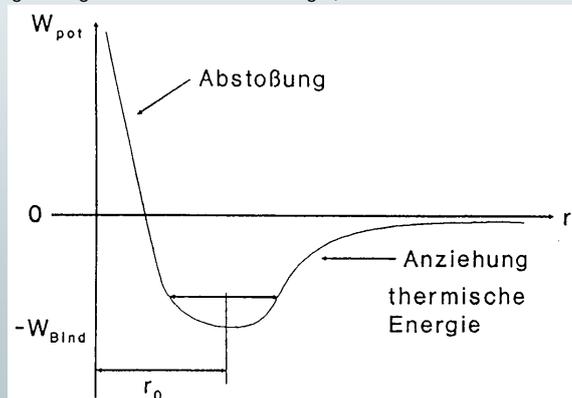


Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

8.1 Feste Körper

Feste Körper besitzen eine bestimmte mikroskopische Struktur.
Bindungskräfte sind elektrischer Natur.
(Bindungsenergie \gg thermische Energie)



«Potentialkurve» (qualitativ) für ein Teilchen (Atom) im Festkörper
(Teilchens im Abstand r zu einem Nachbarpartikel)

R. Girwidz

1

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Die Teilchen schwingen elastisch um Ruhelage r_0

Bindungstypen

Ionenbindung (heteropolar)	NaCl
Valenzbindung (homöopolar)	C, Ge, Si
van der Waalsbindung	Ar, Organ. Stoffe
Metallische Bindung	Fe, Cu

Reale Kristalle haben Abweichungen vom idealen Gitteraufbau

Ursachen:

Thermische Fehlordnung: Gitterlücken und Zwischengitterteilchen

Chemische Fehlordnung: Fremdeilchen

Versetzungen

R. Girwidz

2

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Festkörper sind meist nicht einkristallin, sondern polykristalin.

Amorphe Stoffe (Gläser, Teer) --- Flüssigkeiten

Versuch: Dehnung eines Stahldrahtes

Beobachtung bei kleinen Längenänderungen:

- 1) Dehnung proportional zu F .
- 2) Draht ist elastisch, d.h. Verformung geht bei Entlastung sofort wieder vollständig zurück.

R. Girwidz

3

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

8.1 Spannung und Dehnung:



Definition:

Dehnung: $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$

mechanische Spannung: $\sigma = \frac{F_n}{A}$

R. Girwidz

4

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Bei kleinen Deformationen gilt das

Hookesche Gesetz:

mit

(Anm.: Gilt für Zug oder Druck)

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Bei kleinen Deformationen gilt das

Hookesche Gesetz:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon; \quad \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F_n}{A};$$

mit E : Elastizitätsmodul

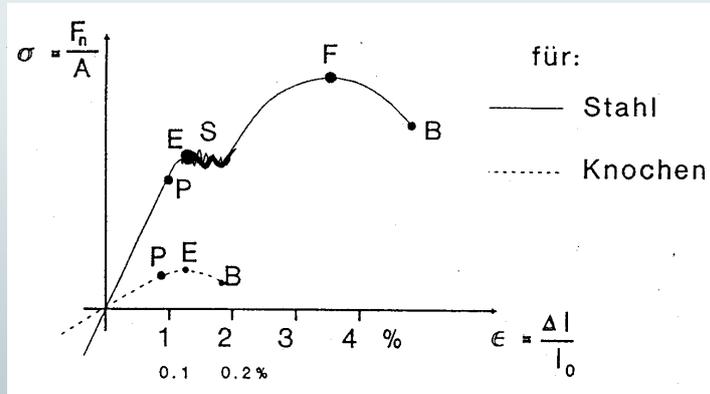
$$[E] = [\sigma] = N / m^2$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F/A}{\Delta l/l_0};$$

(Anm.: Die Gesetzmäßigkeit gilt für Zug und Druck)

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Spannungs- Dehnung - Diagramm (qualitativ)



- P : Proportionalgrenze
 E : Elastizitätsgrenze, danach dauernde Formveränderung
 S : Streckgrenze, plastische Verformung mit Wiederverfestigung
 F : Festigkeitsgrenze, von da an Fließen
 B : Bruch

R. Girwidz

7

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Dehnung eines Kupferdrahtes:

- ♦ Hookscher Bereich
- ♦ plastische Verformung mit Verfestigung
- ♦ Fließen
- ♦ Bruch

Plastische Verformung geschieht durch Gleiten längs bestimmter Gitterebene.

Beispiele für Elastizitätsmodulen:

Stahl: $21 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$

Knochen: $2 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$

Gummi: $5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$

Blutgefäße: $2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$

R. Girwidz

8

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Beispiel:

Masse von $m = 500 \text{ kg}$ an 3m Stahlseil mit einer Querschnittfläche von $0,15 \text{ cm}^2$.

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Beispiel:

Masse von $m = 500 \text{ kg}$ an 3m Stahlseil mit einer Querschnittfläche von $0,15 \text{ cm}^2$.

- Spannung:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{500 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ N/kg}}{0,15 \text{ cm}^2}$$
$$= 3,27 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}^2};$$

- Längenänderung:

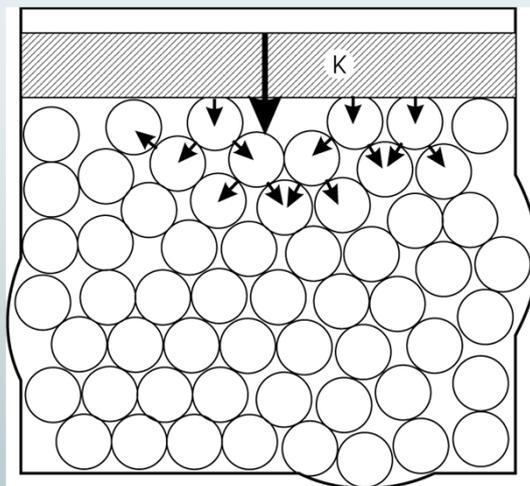
$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E} = \frac{3,27 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2,0 \cdot 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}};$$

$$\Delta l = 1,63 \cdot 10^{-3} \cdot l = 0,49 \text{ cm};$$

8.2 Hydrostatik

8.2.1 Druck

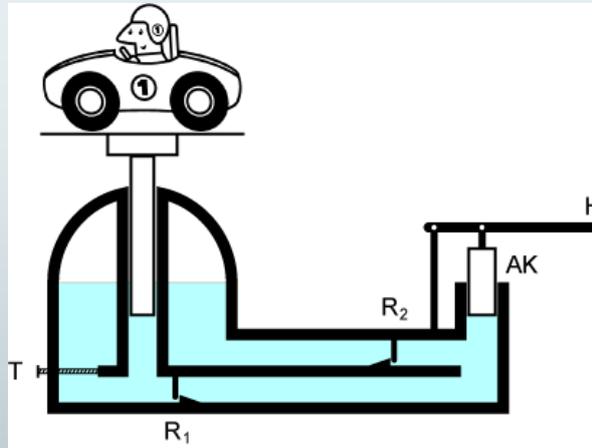
- Ruhende Flüssigkeiten nehmen die Form des Behälters an
Flüssigkeitsmoleküle frei verschiebbar (ideale Flüssigkeit)
- Tangentialkräfte sind 0, d.h. in Flüssigkeiten treten nur Normalkräfte auf.
(Schubmodul G in idealen Flüssigkeiten ist 0!)
- In idealen Flüssigkeiten steht die Gesamtkraft auf die Flüssigkeit immer senkrecht zur Oberfläche
 - Horizontale Flüssigkeitsoberfläche in einem ruhenden Behälter;
 - Rotationsparaboloid-Oberfläche in einem rotierenden Behälter;



➤ Versuch:
"Allseitigkeit" des
Drucks

Der hydrostatische Druck im Innern einer ruhenden (schwerelosen) Flüssigkeit ist überall gleich groß: Es ist der Druck des Stempels K.

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper



> Fehlersuche

> Versuch:
Druckpresse

R. Girwidz

13

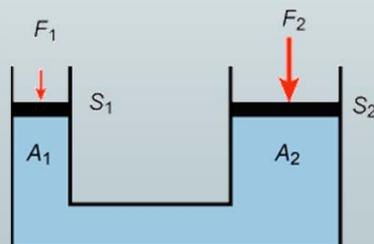
Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Druck

- $\rho = F/A$ (F : Normalkraft auf Fläche A)

- Einheit: $1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ Pascal} = 1 \text{ Pa}$

$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$; $1 \text{ h Pa} = 1 \text{ mbar}$



Anwendung: Hydraulische Presse

$$A_2 > A_1 \text{ und } F_1/A_1 = F_2/A_2$$

$$F_2 = F_1 A_2/A_1$$

Eine kleinere Kraft F_1 hält eine größere Kraft F_2 .

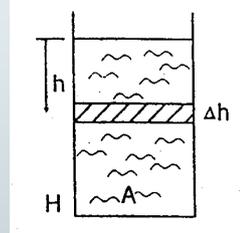
R. Girwidz

14

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Schweredruck (bei konstanter Dichte)

Das Volumenelement erzeugt auf die Fläche A einen Druck (durch Schwerkraft):



Nach der Integration über die gesamte Flüssigkeitssäule:

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

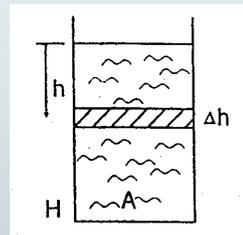
> Versuch:
Drucksonde

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Schweredruck (bei konstanter Dichte)

Das Volumenelement erzeugt auf die Fläche A einen Druck (durch Schwerkraft):

$$\begin{aligned} p &= \Delta F / A = \Delta m g / A \\ &= \rho A \Delta h g / A \\ &= \rho g \Delta h \end{aligned}$$



Nach der Integration über die gesamte Flüssigkeitssäule:

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

> Versuch:
Drucksonde

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

- ⇒ Beispiele und Anwendungen
 - a) Flüssigkeitsspiegel in „kommunizierenden Röhren“

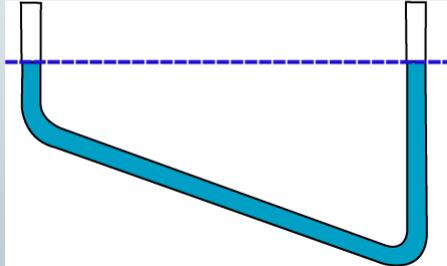
Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

- ⇒ Beispiele und Anwendungen
 - a) Flüssigkeitsspiegel in „kommunizierenden Röhren“ ist immer gleich hoch
(Anwendung: Schlauchwaage)



Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Schlauchwaage



R. Girwitz

19

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

b) Torricelli-Rohr:

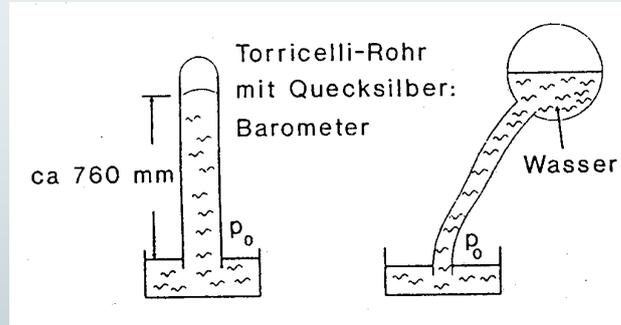
➤ Versuch:
Torricelli-Rohr

R. Girwitz

20

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

b) Torricelli-Rohr:



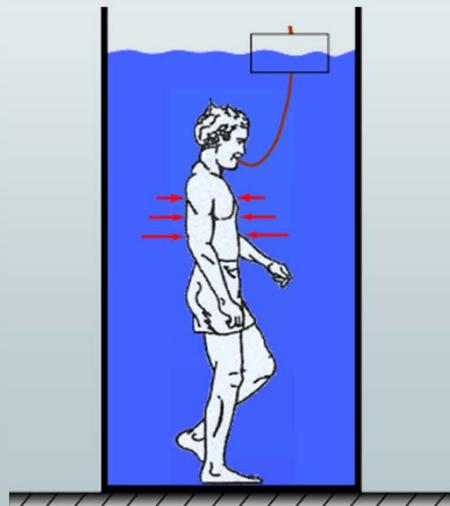
- Quecksilber $\rho = 13550 \text{ kg/m}^3$
bei üblichem Luftdruck ist Steighöhe $h = 760 \text{ mm}$;
- $1013 \text{ hPa} = 1013 \text{ mbar} = 1 \text{ atm} (= 760 \text{ mm Hg-Säule} = 760 \text{ Torr})$
- Wasser: $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$
bei üblichem Luftdruck ist Steighöhe $h = 10,3 \text{ m}$;

➤ Versuch:
Torricelli-Rohr

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

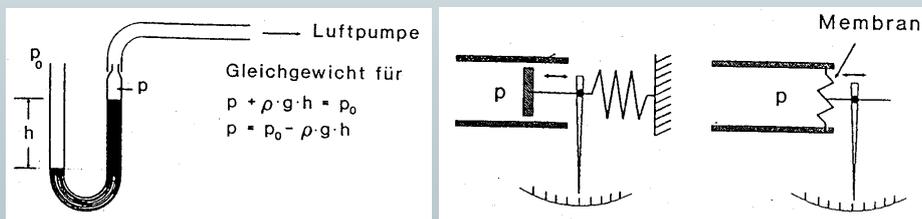
c) Tauchen:

Der Druck ca. 10 m unter der Wasseroberfläche bei Luftdruck (1 atm) beträgt ca. 2 atm.



Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

d) Messung des Drucks mit dem Manometer



R. Girwidz

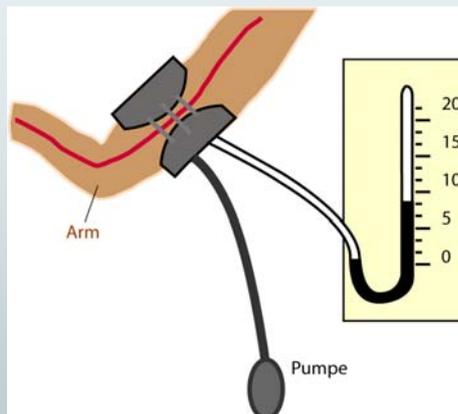
23

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

e) Blutdruckmessung

Blutdruckmessung indirekt:

Arterie wird zusammengepreßt, wenn äußerer Druck p größer als innerer Blutdruck + Druck der Gefäßwand.



f) Komplexe Anwendung

➤ Versuch:
Herons Springbrunnen

R. Girwidz

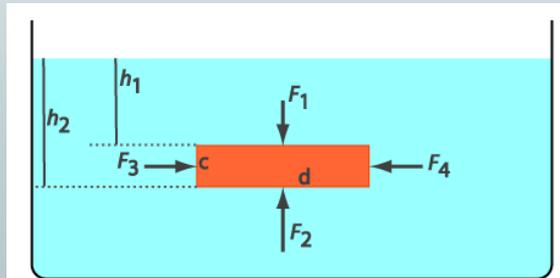
24

8.2.2 Auftrieb

- Die Zunahme des Schweredruckes mit der Flüssigkeitstiefe führt zum (aufwärts gerichteten) Auftrieb

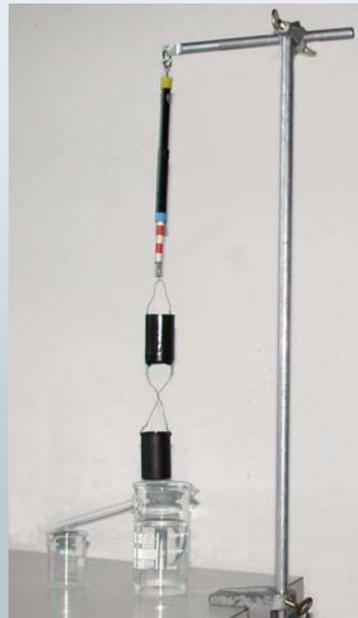
Gesamtkraft auf das
Volumenelement:

$$\begin{aligned} F_A &= F_2 - F_1 \\ &= a b c \rho_{\text{FL}} g \\ &= \rho_{\text{FL}} g V \end{aligned}$$



Archimedisches Prinzip:

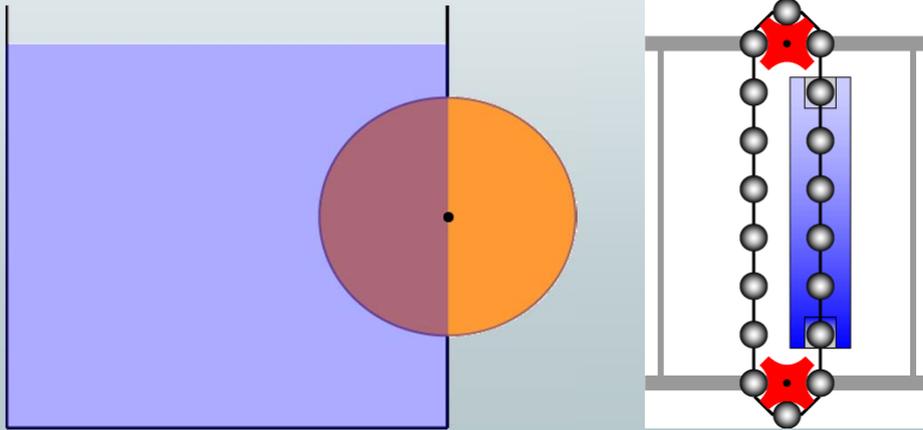
Ein Körper, der vollständig in eine Flüssigkeit eingetaucht ist, erfährt eine Auftriebskraft, die so groß ist, wie die Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit.



Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Ein eingetauchter Körper verliert scheinbar Gewicht.

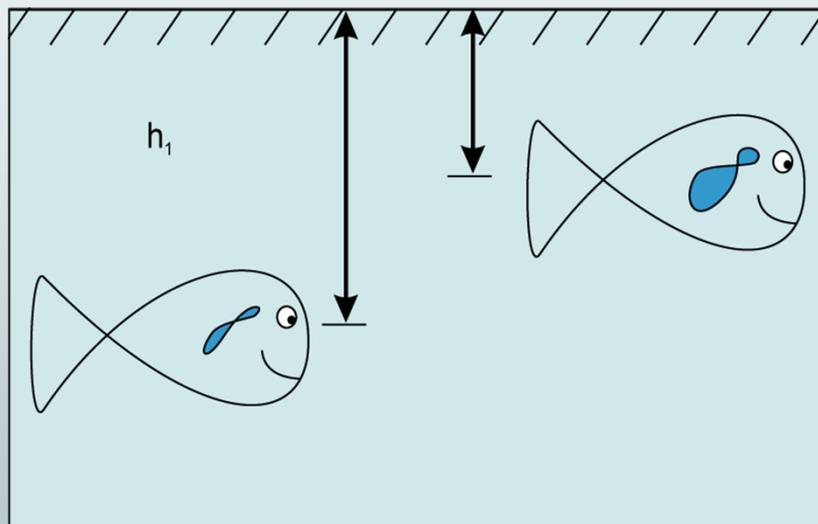
Perpetuum Mobile?



R. Girwidz

27

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

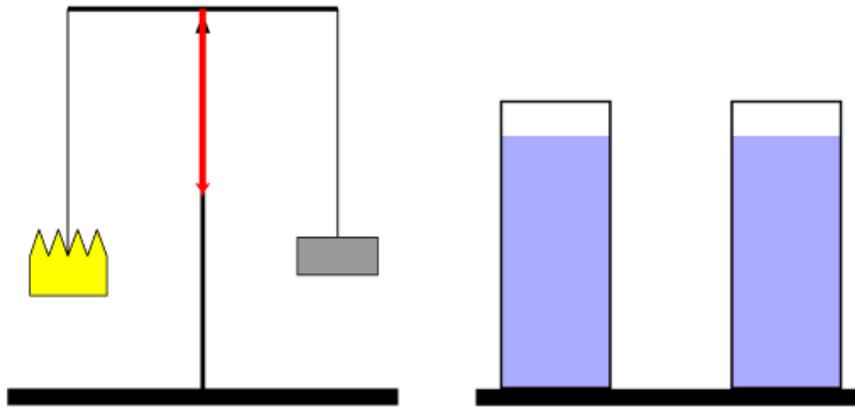


R. Girwidz

28

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Experiment nach Archimedes



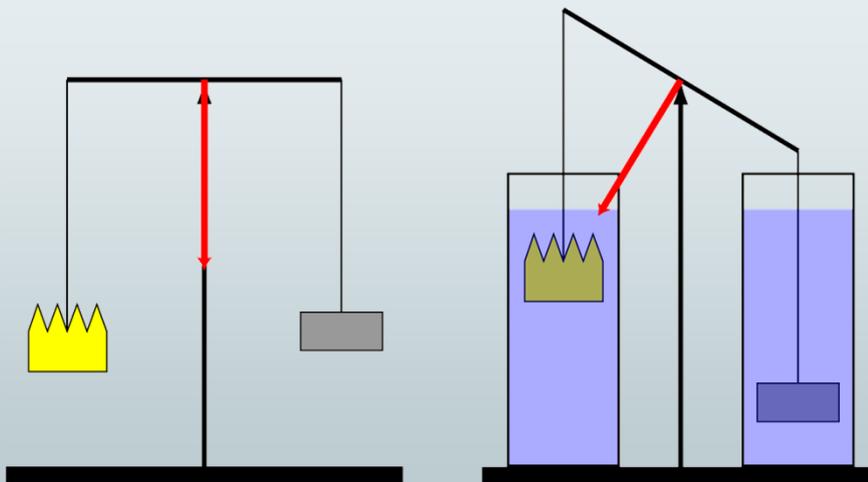
a) Krone und Material im Gleichgewicht

R. Girwitz

29

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Experiment nach Archimedes



a) Krone und Material im Gleichgewicht

b) In Flüssigkeit eingetaucht liegt kein Gleichgewicht vor.

R. Girwitz

30

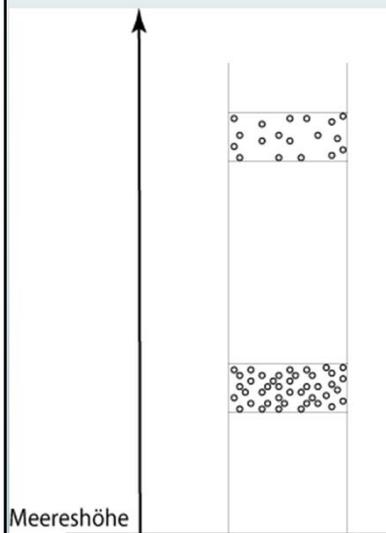
Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Barometrische Höhenformel (Dichte ist druckabhängig)

$$p = p_0 \cdot e^{\frac{\rho_0 g h}{p_0}}$$

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Barometrische Höhenformel (Dichte ist druckabhängig)



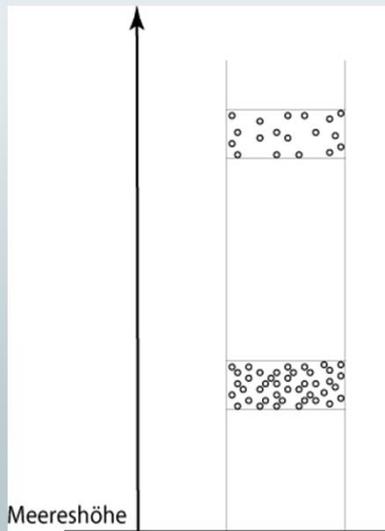
$$p = p_0 \cdot e^{\frac{\rho_0 g h}{p_0}}$$

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Barometrische Höhenformel (Dichte ist druckabhängig)

Abnahme der Dichte mit der Höhe

→ Druck nimmt nicht linear ab.



$$dp = -\rho \cdot g \cdot dh$$

mit $\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p}{p_0}$;

$$dp = -\frac{p}{p_0} \cdot \rho_0 \cdot g \cdot dh$$

$$\int_{p_0}^p \frac{dp^*}{p^*} = -\int_0^h \frac{\rho_0 \cdot g}{p_0} \cdot dh^*$$

$$\ln \frac{p}{p_0} = -\frac{\rho_0 \cdot g \cdot h}{p_0}$$

$$p = p_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0 \cdot g \cdot h}{p_0}}$$

R. Girwidz

33

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper



Auftrieb tritt auch in Gasen auf (nur geringer, da Dichte ca. um den Faktor 1000 kleiner).

R. Girwidz

34

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Bedingungen für Schwimmen, Sinken, Schweben:

Schwimmen: Körper teilweise eingetaucht, bis $F_G = F_A$; $\rho_K < \rho_{FL}$;

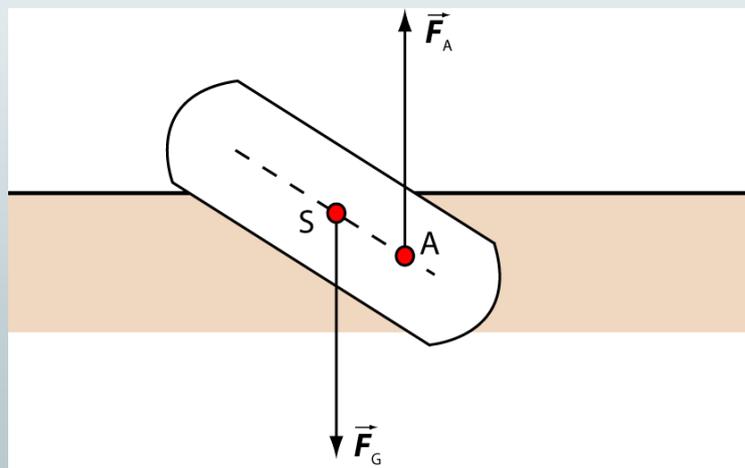
Schweben: Körper ist vollständig eingetaucht und $F_G = F_A$; $\rho_K = \rho_{FL}$;

Sinken: Körper ist vollständig eingetaucht und $F_G > F_A$; $\rho_K > \rho_{FL}$;

Stabile Schwimmelage, Metazentrum (!)

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

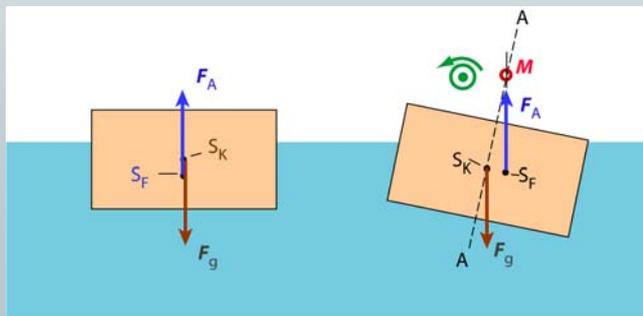
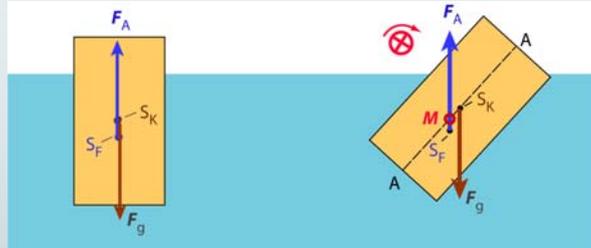
Warum schwimmen Schiffe / stabiles Schwimmen ?



Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Warum schwimmen Schiffe / stabiles Schwimmen ?

Stabile Schwimmelage
und
Metazentrum (!)

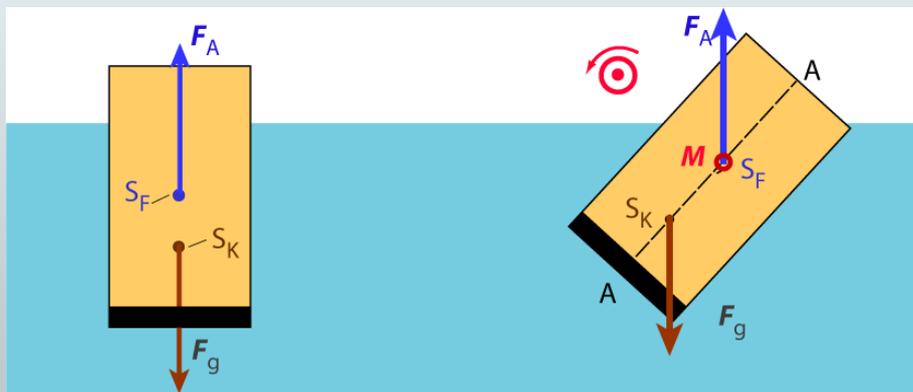


R. Girwidz

37

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

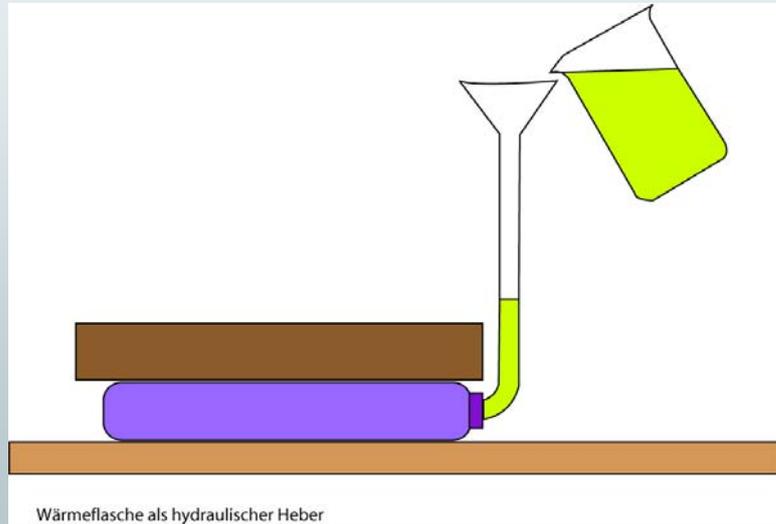
Stabile Schwimmelage, Metazentrum (!), bei tiefliegendem Schwerpunkt



R. Girwidz

38

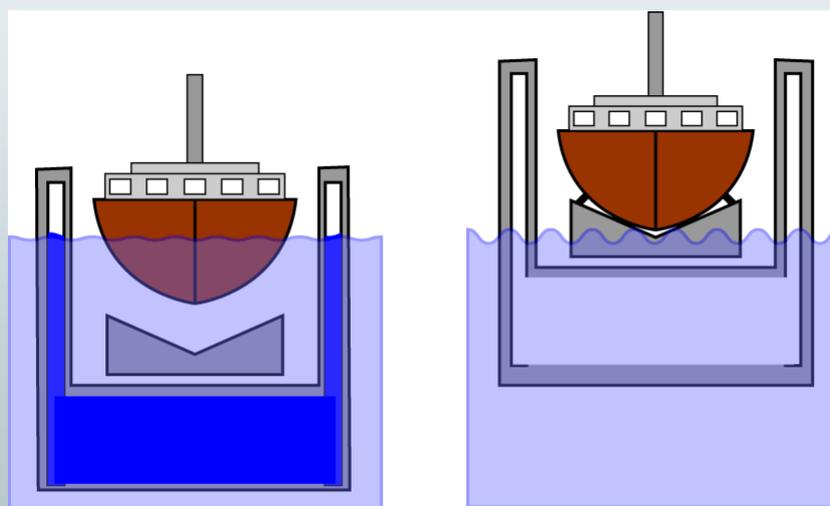
Physik I – Mechanik deformierbarer Körper



R. Girwidz

39

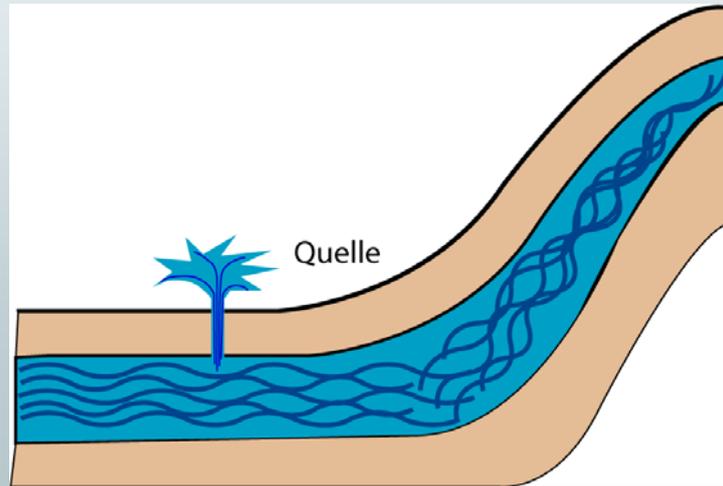
Physik I – Mechanik deformierbarer Körper



R. Girwidz

40

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

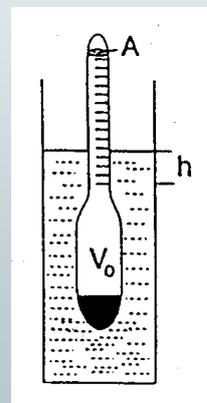


R. Girwidz

41

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Mit der Dichtewaage (Aräometer) lässt sich die Dichte unbekannter Flüssigkeiten (und Festkörper) bestimmen.



R. Girwidz

42

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

- Tropfen – was "hält" ihn zusammen



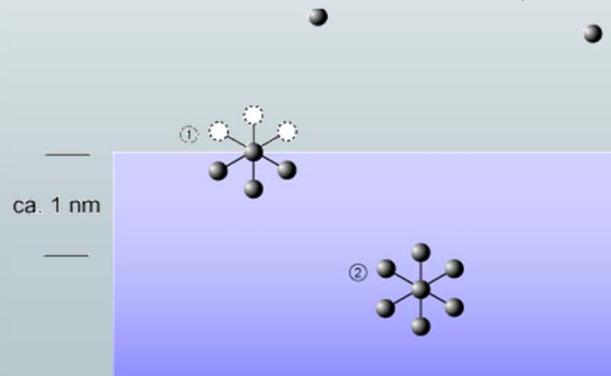
R. Girwidz

1

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

8.3. Grenzflächeneffekte

- Bisher wurden Wechselwirkungskräfte zwischen Flüssigkeitsmolekülen vernachlässigt.
- Wechselwirkungskräfte: -van-der-Waal-Kräfte (Dipolkräfte)
-Wasserstoffbrücken, etc...



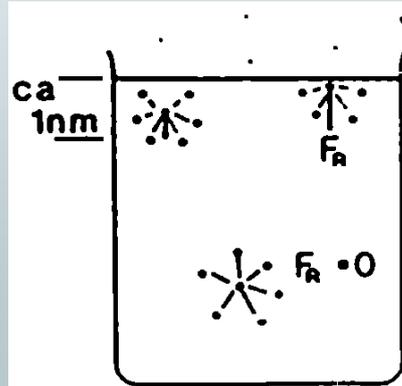
R. Girwidz

© 2010 Pearson Education, Inc. All rights reserved. This material is intended for use only in the context of the Pearson Education, Inc. publishing program.

2

8.3. Grenzflächeneffekte

- Bisher wurden Wechselwirkungskräfte zwischen Flüssigkeitsmolekülen vernachlässigt.
- Wechselwirkungskräfte: -van-der-Waal-Kräfte (Dipolkräfte)
-Wasserstoffbrücken, etc...
- Bewirken „Kohäsion“
Für Moleküle an der Oberfläche existiert eine resultierende Kraft ins Inneren der Flüssigkeit.
- Um ein Molekül aus dem Inneren an die Oberfläche zu bringen, ist Arbeit (gegen diese Kraft) nötig.



➤ Versuch:
Seifenlamelle in
Drahtbügel

- Um ein Molekül aus dem Inneren an die Oberfläche zu bringen, ist Arbeit (gegen diese Kraft) nötig.

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

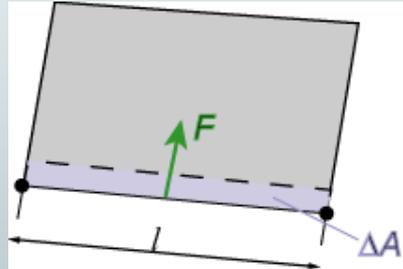
Definitionen

a) Oberflächenspannung

(abhängig von Bindungskräften zwischen Molekülen)

$$\sigma = \frac{F}{2l} = \frac{\text{erforderliche Kraft}}{\text{Länge des Randes}}$$

(2 Oberflächen!)



R. Girwidz

5

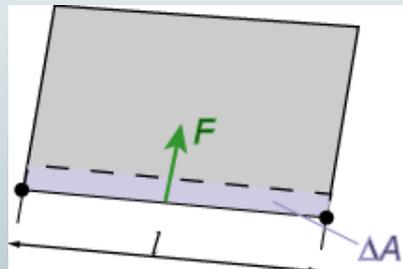
Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Definitionen

b) Spezifische Oberflächenenergie:

$$\sigma = \Delta W / \Delta A$$

Einheit: J m⁻²



R. Girwidz

6

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

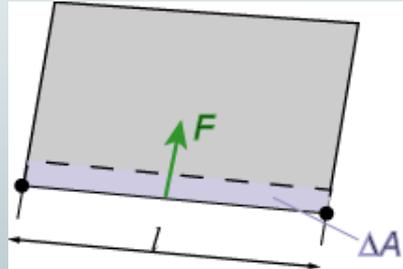
Definitionen

a) Oberflächenspannung

(abhängig von Bindungskräften zwischen Molekülen)

$$\sigma = \frac{F}{2l} = \frac{\text{erforderliche Kraft}}{\text{Länge des Randes}}$$

(2 Oberflächen!)



b) Spezifische Oberflächenenergie:

$$\sigma = \Delta W / \Delta A$$

Einheit: J m⁻²

R. Girwidz

7

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Arbeit zur Schaffung neuer Oberflächen:

Vergrößerung von A: $\Delta A = 2 \cdot l \cdot \Delta s$;

Die Arbeit ist dabei: $\Delta W = \sigma \Delta A = \sigma \cdot 2 \cdot l \cdot \Delta s = F \cdot \Delta s$;

Benötigte Kraft zum Vergrößern der Fläche: $F = \sigma \cdot 2 \cdot l$

Spezifische Oberflächenenergie = Oberflächenspannung

R. Girwidz

8

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Beispiele für Oberflächenspannungen / spez. Oberflächenenergien:

- Wasser: $7.3 \cdot 10^{-2} \text{ J m}^{-2}$
- Quecksilber: $47 \cdot 10^{-2} \text{ J m}^{-2}$

(Spülmittel reduzieren σ sehr stark)

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Weitere Anmerkungen:

1. σ ist unabhängig von bereits erfolgter Dehnung
2. Kraft immer tangential zu der jeweiligen Oberfläche
3. Ungestörte Oberflächen sind „Minimalflächen“ (kleinstmögliche Flächen)

➤ Versuch:
Seifenlamelle in
Drahtbügel

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Oberflächenspannung und Druck in einer Seifenblase



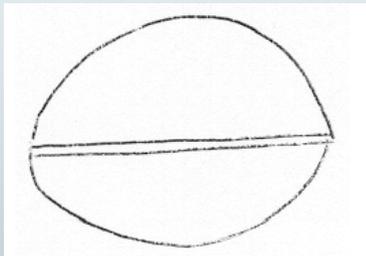
$$\Delta p = 4\sigma / r$$

R. Girwidz

11

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Druck in Seifenblase



$$2 \cdot \pi \cdot r \cdot \sigma \cdot 2 = F_{\text{Oberfl}}$$

$$p \cdot r^2 \cdot \pi = F_{\text{Druck}}$$

$$\Rightarrow p = \frac{4 \cdot \sigma}{r}$$

$$\underline{\underline{p \sim \frac{1}{r}}}$$

$$\Delta p = 4\sigma / r$$

R. Girwidz

12

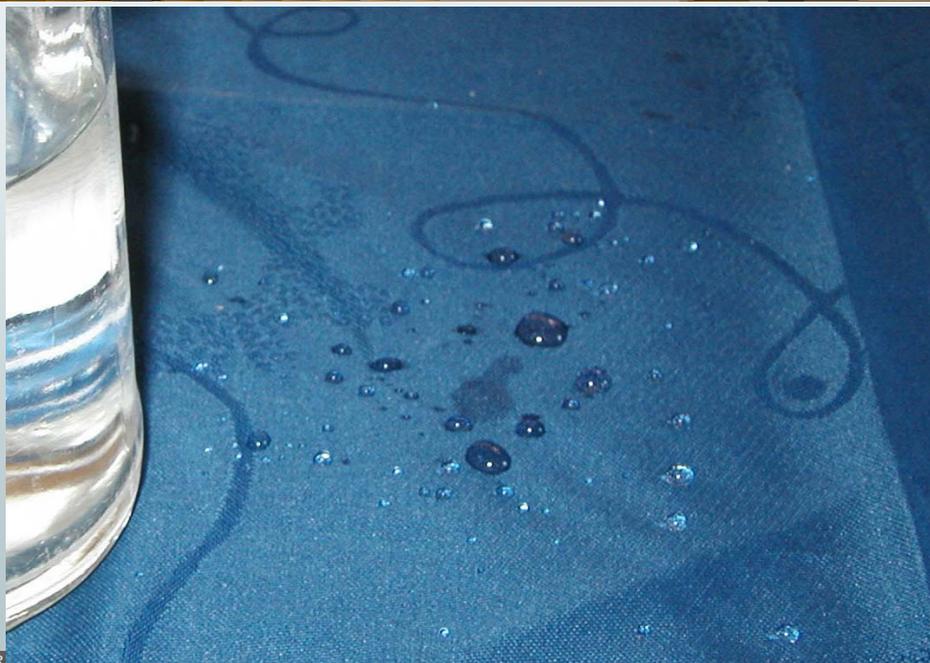
Physik I – Mechanik deformierbarer Körper



R. Girwidz

13

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

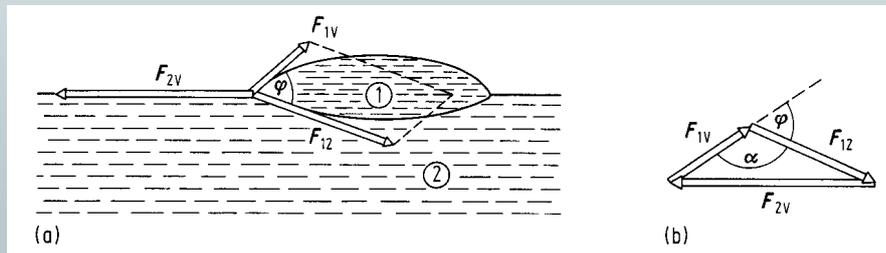


R

Grenzflächen und Kapillarität

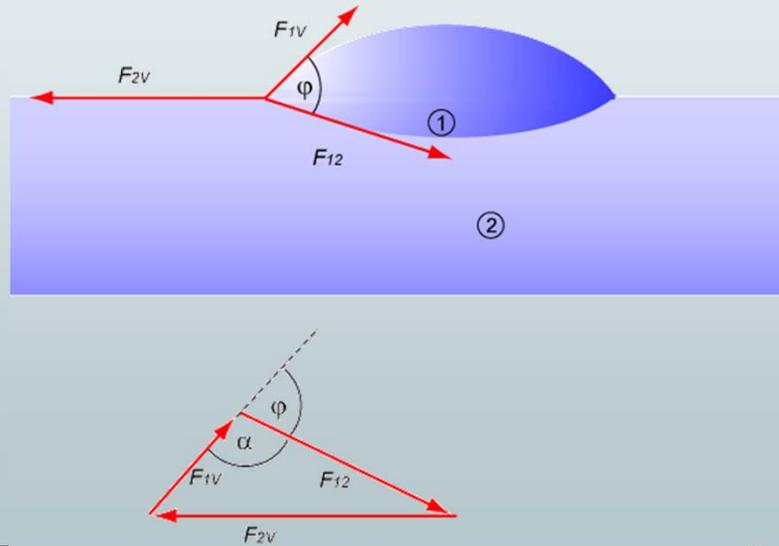
- Auch an den Grenzflächen zu einer anderen Flüssigkeit ergibt sich eine neue Oberflächenspannung σ .

Ein Tropfen Olivenöl auf einer Wasser - Alkoholmischung nimmt linsenförmige Gestalt an.



Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Grenzflächen

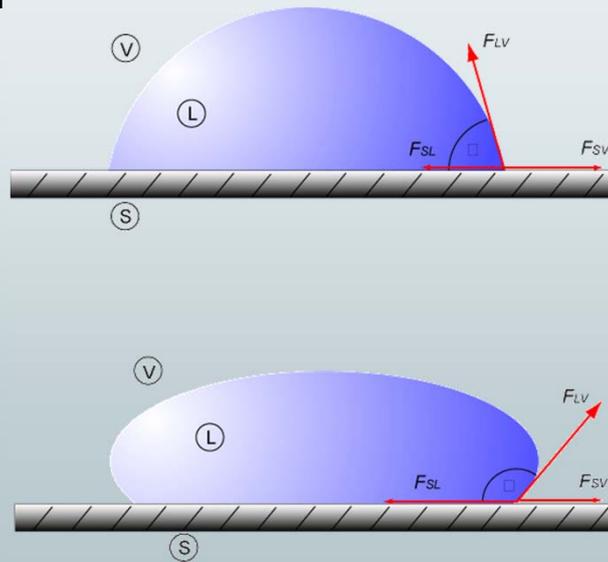


R. Girwidz

17

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Grenzflächen

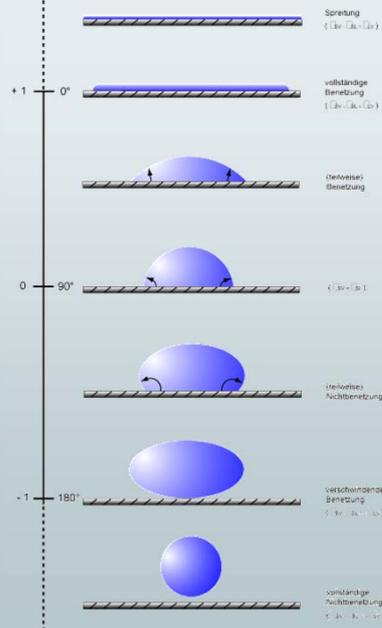


R. Girwidz

18

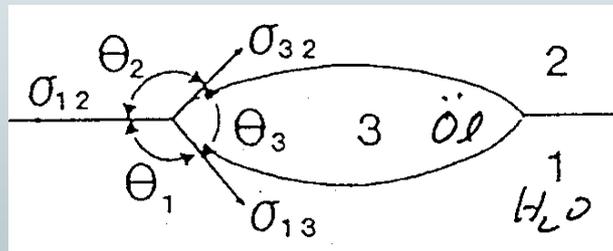
Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Grenzflächen



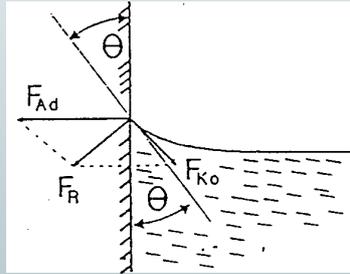
Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Grenzflächen

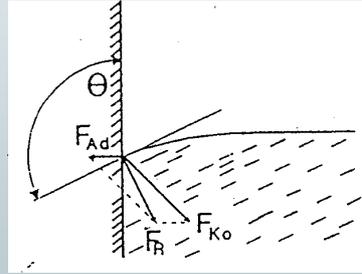


Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

- An der Grenzfläche zu einer festen Wand wirkt auf ein Flüssigkeitsmolekül die anziehende Kraft der anderen Flüssigkeitsmoleküle (Kohäsion), sowie die der Festkörpermoleküle (Adhäsion).



Adhäsion > Kohäsion
Flüssigkeit benetzt
Randwinkel $\Theta < 90^\circ$



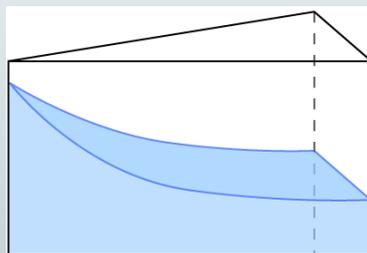
Adhäsion < Kohäsion
nicht benetzend
 $\Theta > 90^\circ$

R. Girwidz

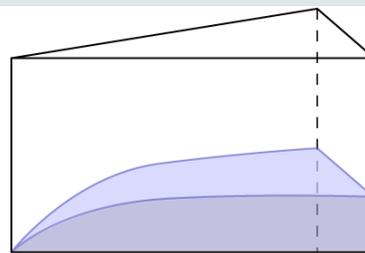
21

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

- Im Keiltrog



H₂O



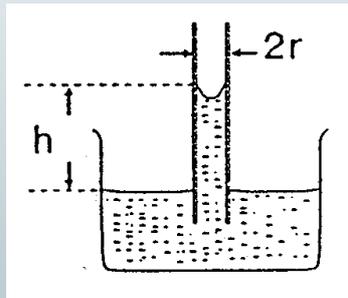
Hg

R. Girwidz

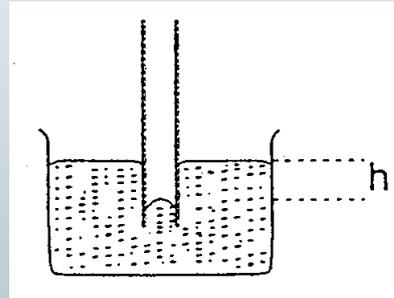
22

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

- Die gemeinsame Wirkung von Adhäsion und Kohäsion an einer Grenzfläche Flüssigkeit - Festkörper ist besonders auffällig in engen Rohren (Kapillaren)



Kapillarattraktion
Erhebung, Aszension
bei benetzender Flüssigkeit
z.B. H_2O ($\Theta = 0^\circ$)



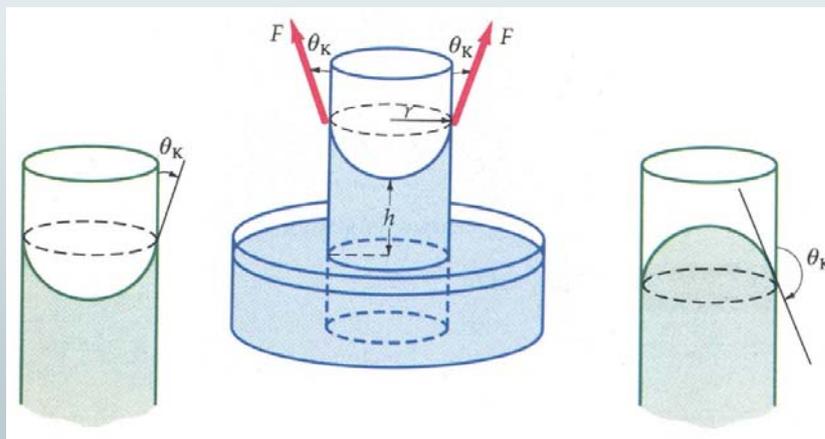
Kapillardepresseion
Senkung bei nicht
benetzender Flüssigkeit
z.B. Hg ($\Theta = 138^\circ$)

R. Girwidz

23

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

- Berechnung der kapillaren Steighöhe:
(Vorstellung: Die Flüssigkeitssäule „hängt“ am Rand)



$$h = \frac{2 \sigma \cdot \cos \Theta}{\rho g r}$$

R. Girwidz

24

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

- Berechnung der kapillaren Steighöhe:

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

- Berechnung der kapillaren Steighöhe:
(Vorstellung: Die Flüssigkeitssäule „hängt“ am Rand)

$$\rho \cdot g \cdot h \cdot r^2 \cdot \pi = \sigma \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \cos \Theta$$

$$\Rightarrow h = \frac{2 \cdot \sigma \cdot \cos \Theta}{\rho \cdot g \cdot r}$$

$$h = \frac{2 \sigma \cdot \cos \Theta}{\rho \cdot g \cdot r}$$

$$h \propto \frac{1}{r}$$

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

□ Tropfen



R. Girwidz

27

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper



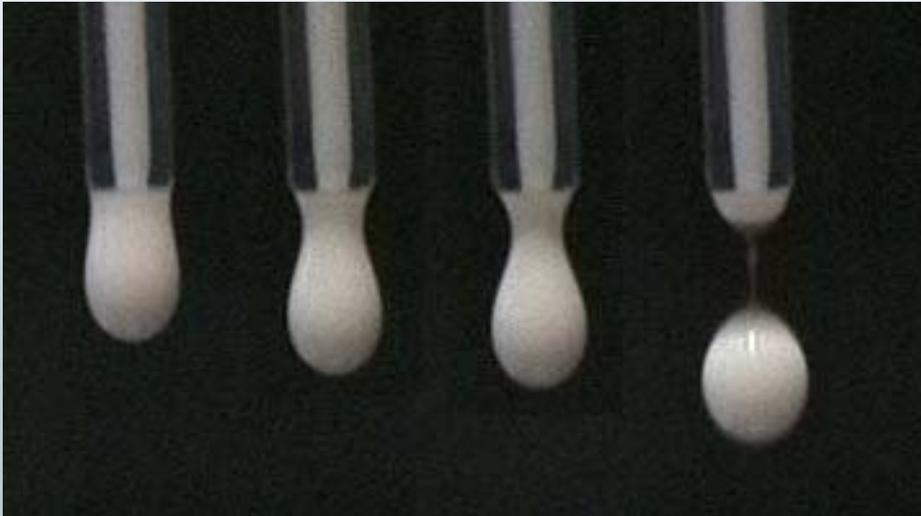
R. Girwidz

28

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

■ Flüssigkeitstropfen

Flüssigkeitstropfen hängt an einem Rohr,
bis er unter der eigenen Gewichtskraft abreißt:



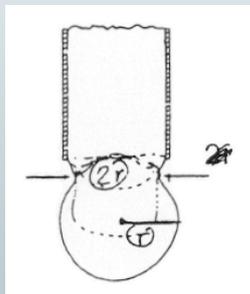
R. Girwidz

29

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

■ Flüssigkeitstropfen

Flüssigkeitstropfen hängt an einem Rohr,
bis er unter der eigenen Gewichtskraft abreißt:



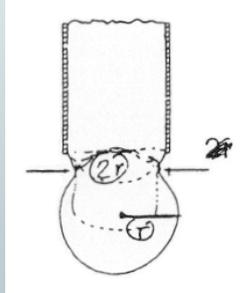
R. Girwidz

30

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

■ Flüssigkeitstropfen

Flüssigkeitstropfen hängt an einem Rohr,
bis er unter der eigenen Gewichtskraft abreißt:



Kraft in Folge der Oberflächenspannung

$$F = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \sigma$$

Gewichtskraft

$$F_G = V_T \cdot \rho \cdot g$$

$$2 \cdot \pi \cdot r \cdot \sigma = V_T \cdot \rho \cdot g$$

$$\Rightarrow V_T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \sigma}{\rho \cdot g}$$

Physik I – Mechanik deformierbarer Körper

Tropft aus einem Stalagmeter insgesamt ein Flüssigkeitsvolumen V_0 ,
so verteilt es sich auf

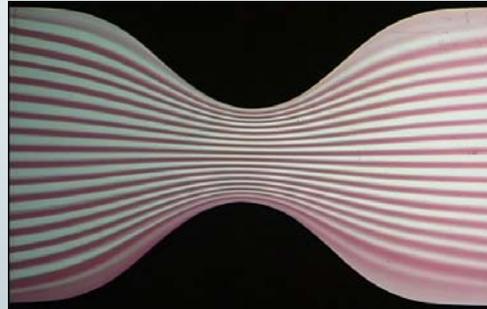
$$z = \frac{V_0}{V_T} \quad \text{Tropfen} \quad \Rightarrow \quad z = \frac{V_0 \cdot \rho \cdot g}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \sigma}$$

Grenzt die Flüssigkeit nicht an Luft, sondern an ein anderer Gas, so hat σ einen
anderen Wert. Ätherdampf erniedrigt σ → Tropfenvolumen wird kleiner,
Tropfenzahl steigt.

8.4 Hydrodynamik

8.4.1 Übersicht / Charakterisierung von Strömungen

- **Stromlinie:**
Ortskurve, die ein
Volumenelement ΔV zurücklegt



- **Strömungsgeschwindigkeit**

$\vec{v}(\vec{r}, t)$, bei stationären Strömungen $\vec{v} = \vec{v}(\vec{r})$

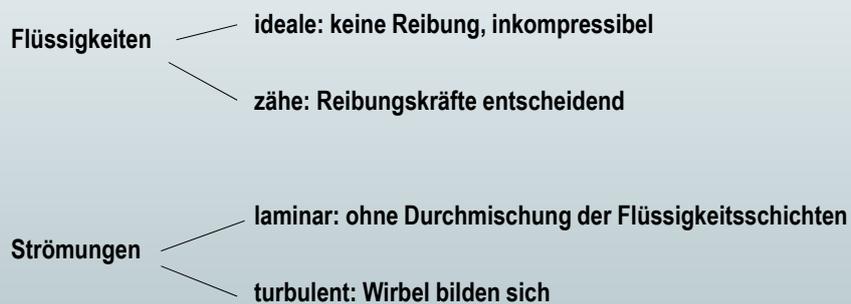
- Dichte der Stromlinien ist ein Maß für Strömungsgeschwindigkeit

R. Girwidz

1

8.4.1 Übersicht / Charakterisierung von Strömungen

Klassifikation:

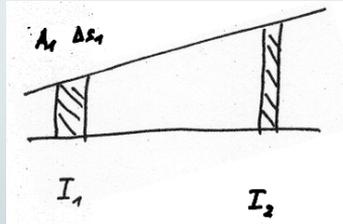


R. Girwidz

2

8.4.2 Ideale Flüssigkeiten ((Gase))

Grundidee: Massenerhaltung muss gelten



$$\text{Def.: } I = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

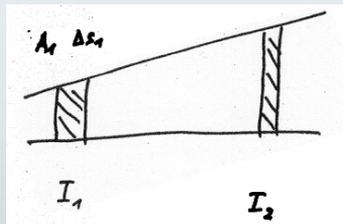
Volumenstromstärke

R. Girwidz

3

8.4.2 Ideale Flüssigkeiten ((Gase))

Grundidee: Massenerhaltung muss gelten



$$\text{Def.: } I = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Volumenstromstärke

$$I_1 = I_2 = \text{konst}$$

$$\frac{A_1 \cdot \Delta s_1}{\Delta t} = \frac{A_2 \cdot \Delta s_2}{\Delta t}$$

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 = \text{konst.} \quad \text{Kontinuitätsgleichung}$$

R. Girwidz

4

8.4.2 Ideale Flüssigkeiten ((Gase))

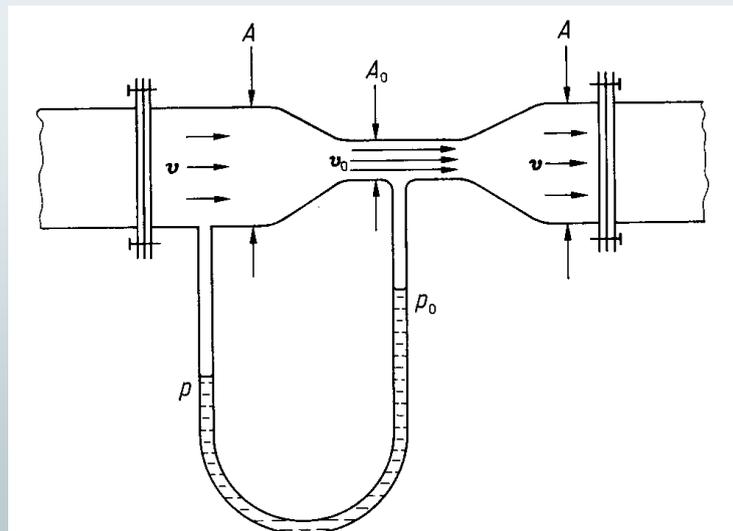
Inkompressible Flüssigkeiten

■ **Kontinuitätsgleichung:**

Für die stationäre Strömung einer Flüssigkeit ist der Volumenstrom an jedem Ort konstant.

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \dot{V} = v \cdot A = \text{konst.}$$

8.4.2 Ideale Flüssigkeiten ((Gase))



Venturi-Düse zur Geschwindigkeitsmessung.

8.4.2 Ideale Flüssigkeiten ((Gase))

■ Bernoulli-Gleichung

Die Bernoulli-Gleichung gilt für nichtviskose Strömungen / d.h. reibungsfreie, ideale Flüssigkeiten.

(Hier bleibt die mechanische Energie erhalten.)

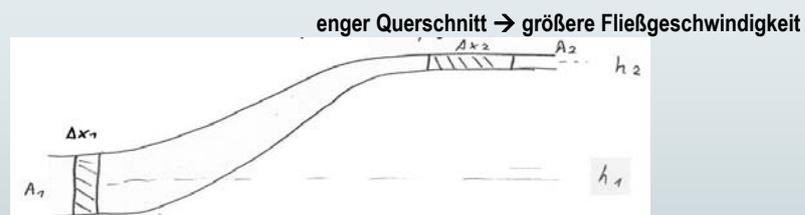
$$p + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{konst}$$

Venturi-Effekt:

Der Druck in einem Fluid sinkt mit zunehmender Strömungsgeschwindigkeit.

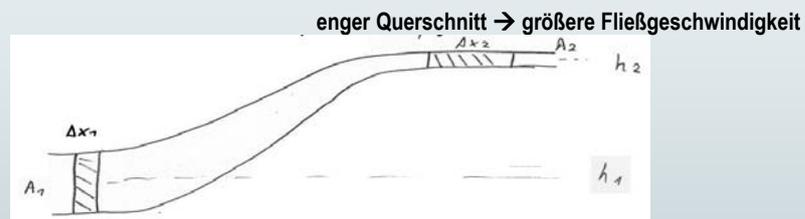
8.4.2 Ideale Flüssigkeiten ((Gase))

Energieerhaltung (Druckarbeit → Beschleunigung + Hubarbeit)



8.4.2 Ideale Flüssigkeiten ((Gase))

Energieerhaltung (Druckarbeit → Beschleunigung + Hubarbeit)



$$F_1 = p_1 \cdot A_1$$

$$\Delta W_1 = F_1 \cdot \Delta x_1$$

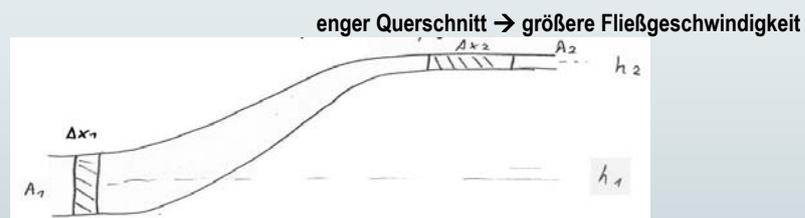
$$\Delta W_1 = p_1 \cdot \Delta V (> 0)$$

R. Girwidz

9

8.4.2 Ideale Flüssigkeiten ((Gase))

Energieerhaltung (Druckarbeit → Beschleunigung + Hubarbeit)



$$F_1 = p_1 \cdot A_1$$

$$\Delta W_1 = F_1 \cdot \Delta x_1$$

$$\Delta W_1 = p_1 \cdot \Delta V (> 0)$$

$$F_2 = p_2 \cdot A_2$$

$$\Delta W_2 = F_2 \cdot \Delta x_2$$

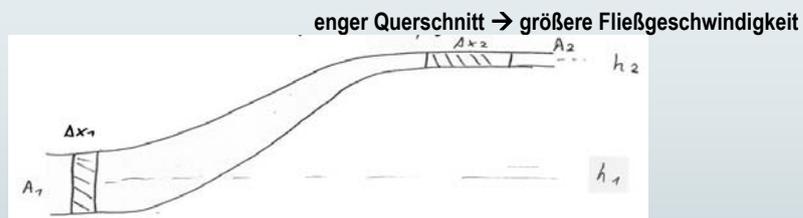
$$\Delta W_2 = p_2 \cdot \Delta V (< 0)$$

R. Girwidz

10

8.4.2 Ideale Flüssigkeiten ((Gase))

Energieerhaltung (Druckarbeit → Beschleunigung + Hubarbeit)



$$F_1 = p_1 \cdot A_1$$

$$\Delta W_1 = F_1 \cdot \Delta x_1$$

$$\Delta W_1 = p_1 \cdot \Delta V (> 0)$$

$$F_2 = p_2 \cdot A_2$$

$$\Delta W_2 = F_2 \cdot \Delta x_2$$

$$\Delta W_2 = p_2 \cdot \Delta V (< 0)$$

$$\Delta W = \Delta W_1 + \Delta W_2 = (p_1 - p_2) \cdot \Delta V = \Delta E_{Kin} + \Delta E_{Pot}$$

$$(p_1 - p_2) \cdot \Delta V = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \Delta V \cdot (v_2^2 + v_1^2) + \rho \cdot \Delta V \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$$

R. Girwidz

11

8.4.2 Ideale Flüssigkeiten ((Gase))

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 + \rho \cdot g \cdot h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 + \rho \cdot g \cdot h_2 = konst$$

Bernoulligleichung: $p + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h = konst$

↑ Betriebsdruck ↑ Dynamischer Druck (Staudruck) ↑ geodätischer Druck

Bernoulligleichung ist Energiebilanzgleichung

Venturi-Effekt: Wenn die Strömungsgeschwindigkeit zunimmt, sinkt der Druck

R. Girwidz

12

8.4.2 Ideale Flüssigkeiten ((Gase))

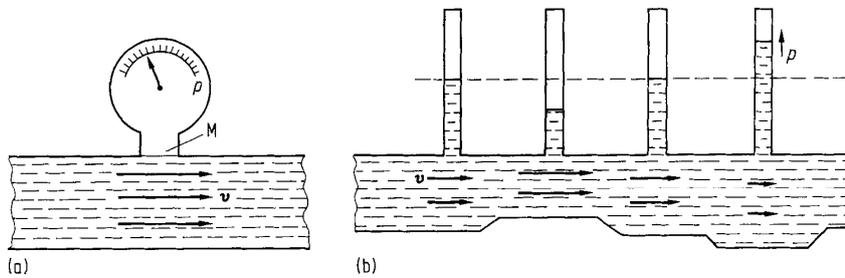


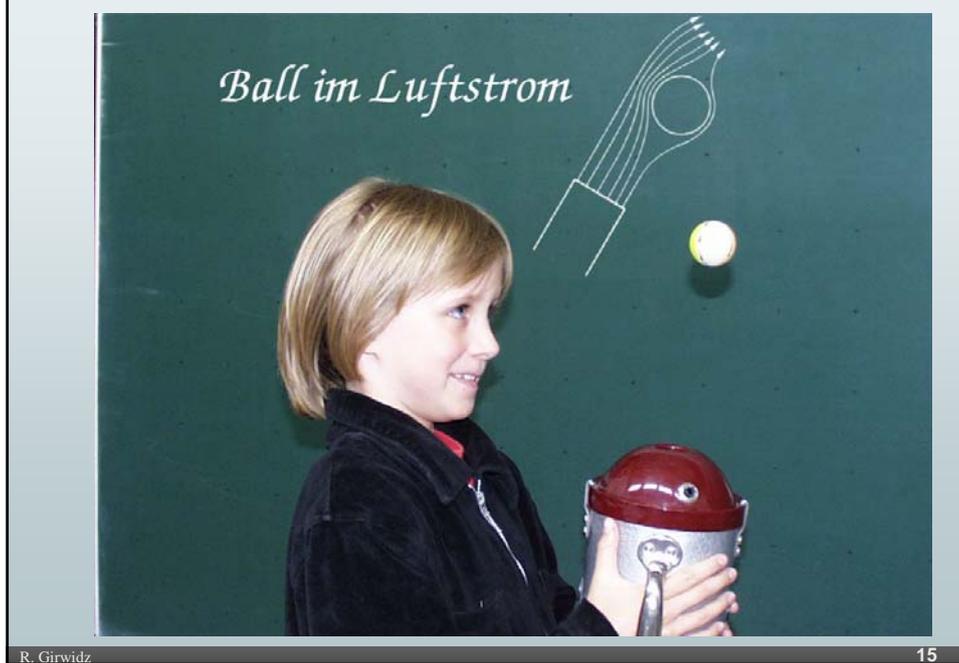
Abb. 16.9 Flüssigkeitsströmung durch horizontale Röhre. (a) Messung des statischen Drucks; (b) Demonstration der Bernoulli-Beziehung.

8.4.2 Ideale Flüssigkeiten ((Gase))

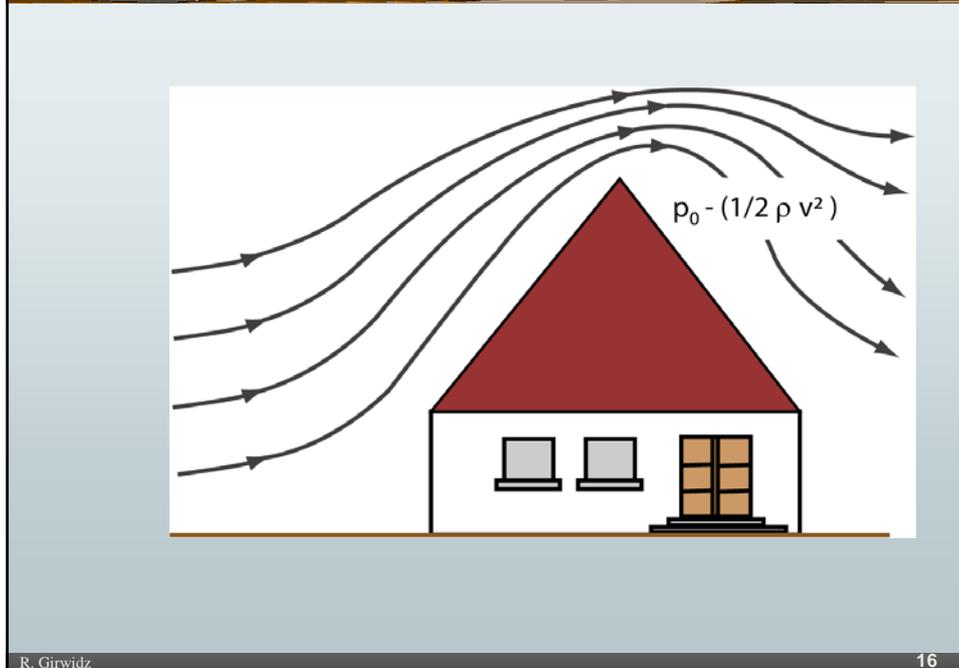
– Hydrodynamisches Paradoxon

- > Trichter
- > Fön
- > Ball
- > Zerstäuber

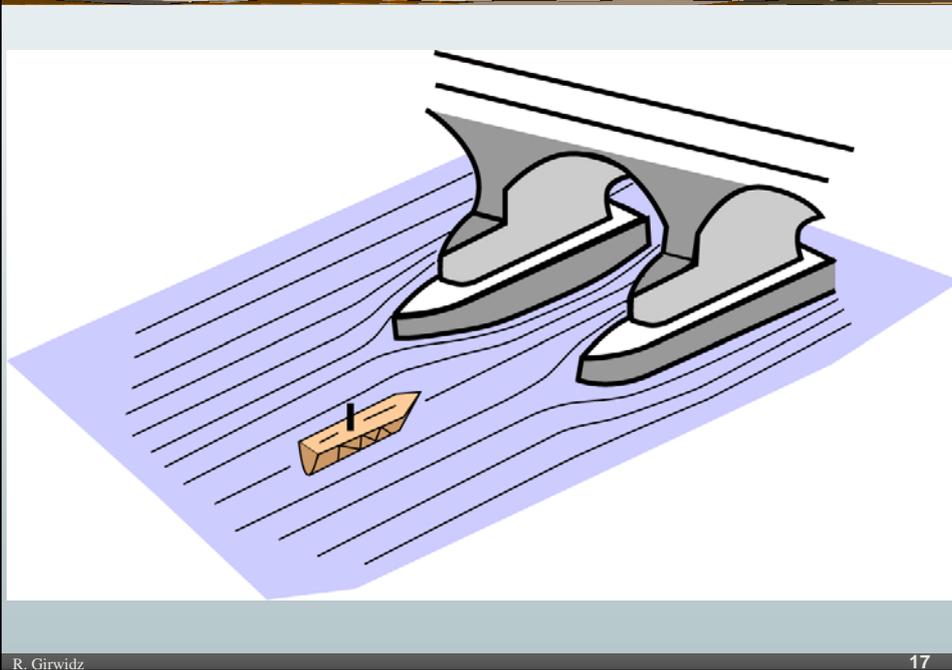
8.4.2 Ideale Flüssigkeiten ((Gase))



8.4.2 Ideale Flüssigkeiten ((Gase))



8.4.2 Ideale Flüssigkeiten ((Gase))



R. Girwidz

17

8.4.2 Ideale Flüssigkeiten ((Gase))

- Anwendungen:
- Wasserstrahlpumpe, Bunsenbrenner
 - Zerstäuber

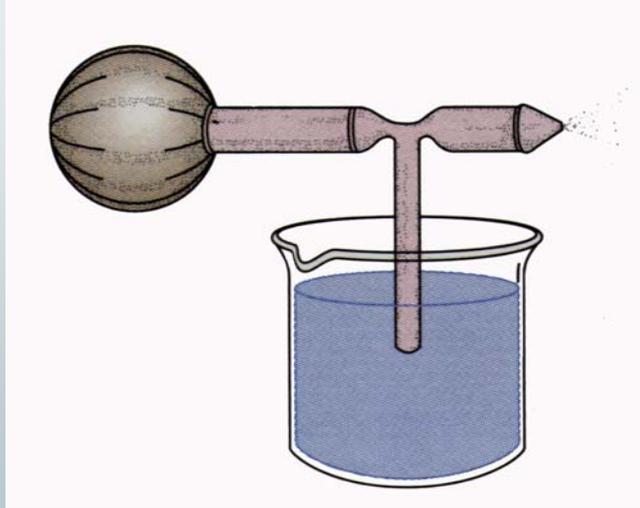
[> Fotos](#)

- Dynamischer Auftrieb bei Flugzeugen
- Messung von Flugzeuggeschwindigkeit

R. Girwidz

18

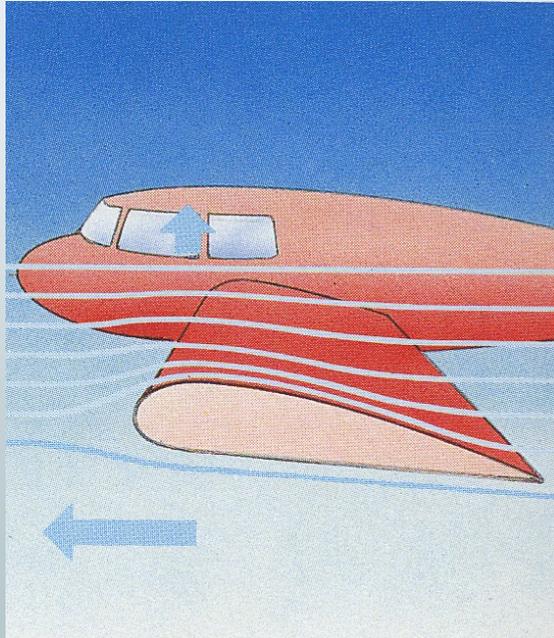
8.4.2 Ideale Flüssigkeiten ((Gase))



8.4.2 Ideale Flüssigkeiten ((Gase))

- Dynamischer Auftrieb bei Flugzeugen
- Messung von Flugzeuggeschwindigkeit

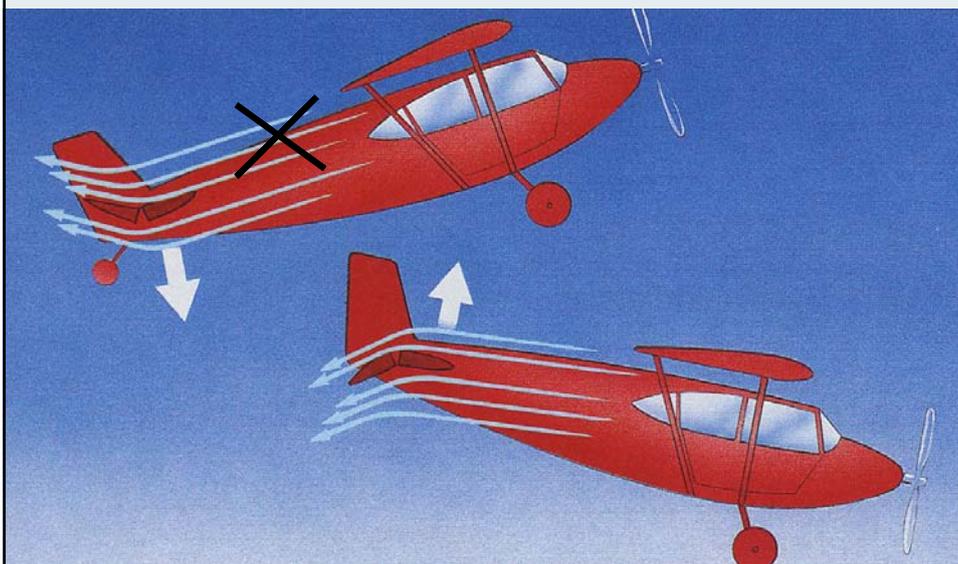
8.4.2 Ideale Flüssigkeiten ((Gase))



R. Girwidz

21

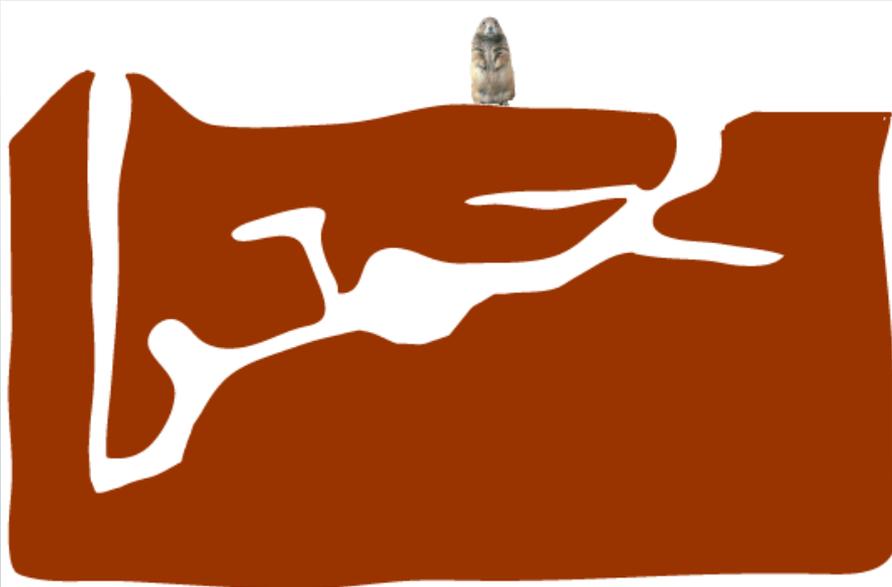
8.4.2 Ideale Flüssigkeiten ((Gase))



R. Girwidz

22

8.4.2 Ideale Flüssigkeiten ((Gase))



R. Girwidz

23

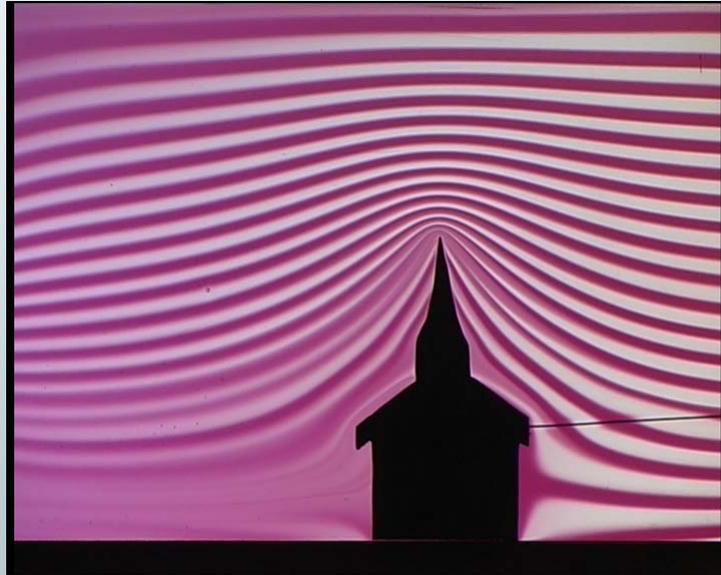
8.4.2 Ideale Flüssigkeiten ((Gase))

Drucksonde	Pitot-Rohr	Prandtl'sches Staurohr
		<p>Differenzmessung von Pitot-Rohr und Drucksonde</p>
statischer Druck	statischer Druck und Staudruck	Staudruck, Strömungsgeschwindigkeit
$p = p_{stat}$	$p_{ges} = p_{stat} + \frac{\rho \cdot v^2}{2}$	$p_{dyn} = \frac{\rho \cdot v^2}{2}$ $v = \sqrt{\frac{2 \cdot p_{dyn}}{\rho}}$

R. Girwidz

24

Physik I – Hydrodynamik

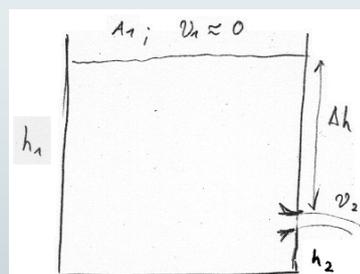


R. Girwidz

25

8.4.2 Ideale Flüssigkeiten

Bsp.: Ausfluss aus (großen) Wassertank



$$A_1 \gg A_2 \Rightarrow v_1 \approx 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

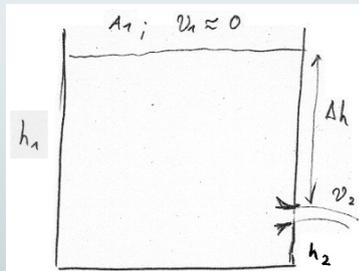
$$\rho_1 = \rho_2 = \rho_0 : \text{äußerer Luftdruck}$$

R. Girwidz

26

8.4.2 Ideale Flüssigkeiten

Bsp.: Ausfluss aus (großen) Wassertank



$$A_1 \gg A_2 \Rightarrow v_1 \approx 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho_0 : \text{äußerer Luftdruck}$$

$$\rho_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 + \rho \cdot g \cdot h_1 = \rho_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 + \rho \cdot g \cdot h_2$$

$$\rho \cdot g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h}$$

Torricellisches Ausflussgesetz

Physik I – Hydrodynamik

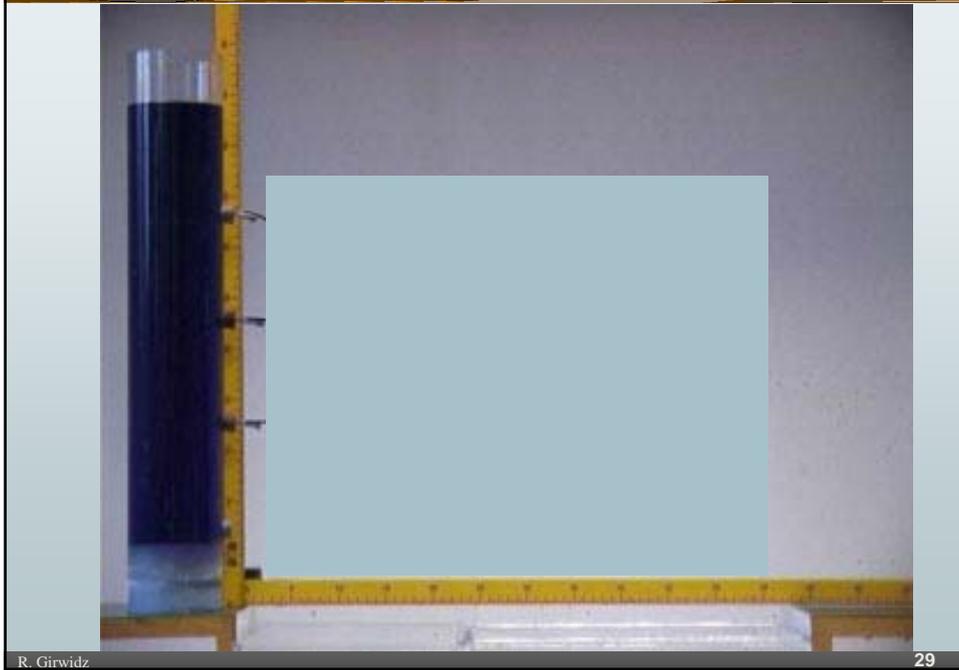
■ Torricellisches Ausflussgesetz:

Für die Ausströmgeschwindigkeit aus der Öffnung eines (großen) Tanks gilt:

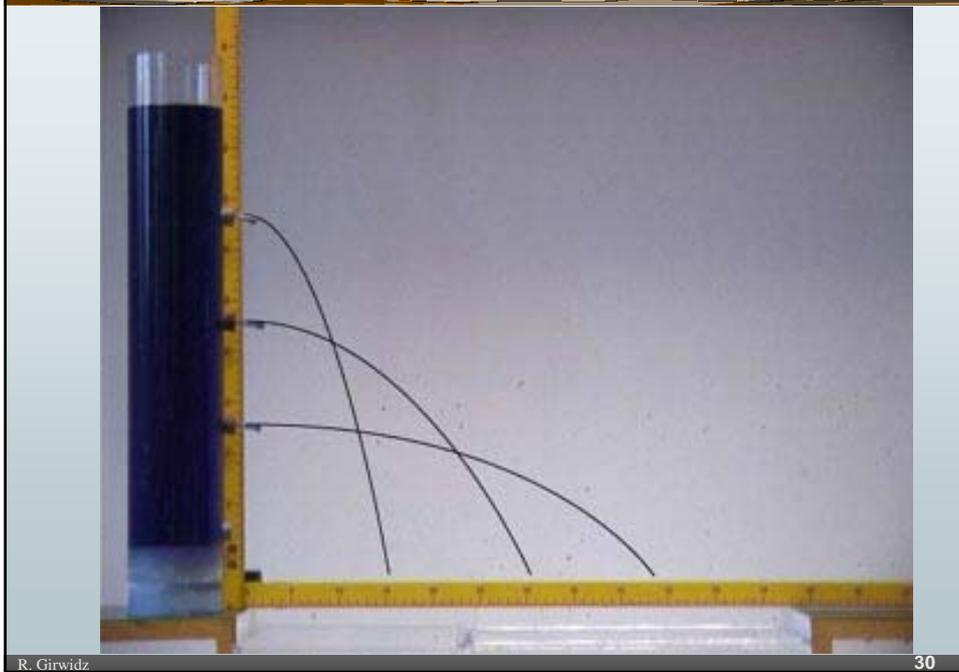
$$v = \sqrt{2 g \Delta h}$$

wobei Δh die Höhendifferenz zwischen Ausfluss und Flüssigkeitsoberfläche angibt.

Physik I – Hydrodynamik



Physik I – Hydrodynamik

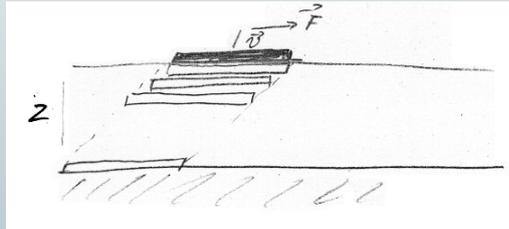


8.4.3 Laminare Strömung

Laminare Strömung mit Reibung

■ **Newtonsches Reibungsgesetz:**

Eine Platte der Fläche A wird über eine Flüssigkeit gezogen.
Die Reibungskraft beträgt:



> Glycerin

R. Girwidz

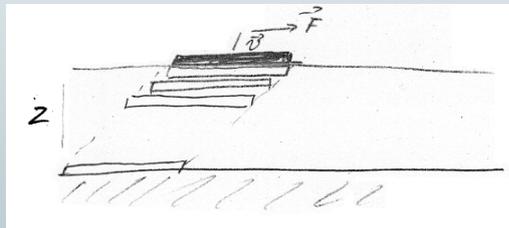
31

8.4.3 Laminare Strömung

Laminare Strömung mit Reibung

■ **Newtonsches Reibungsgesetz:**

Eine Platte der Fläche A wird über eine Flüssigkeit gezogen.
Die Reibungskraft beträgt:



$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{dv}{dz}$$

↑
dynamische Zähigkeit, Viskosität

> Glycerin

R. Girwidz

32

8.4.3 Laminare Strömung

■ Newtonsches Reibungsgesetz:

Eine Platte der Fläche A wird über eine Flüssigkeit gezogen.
Die Reibungskraft beträgt:

$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{dv}{dz}$$

η ist die sog. dynamische Zähigkeit und

$\frac{dv}{dz}$ gibt das vertikale Geschwindigkeitsgefälle in der Flüssigkeit an.

$$[\eta] = \frac{Ns}{m^2} = P_a \cdot s$$

(= 10 Poise)

8.4.3 Laminare Strömung

■ Gesetz von Hagen - Poiseuille.

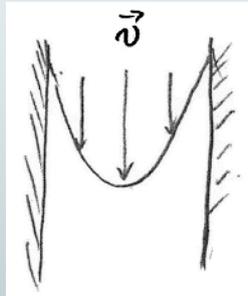
Bei viskosen Strömungen durch Röhren ist der Druckabfall proportional zum Volumenstrom, zur Zähigkeit der Flüssigkeit und zur vierten Potenz des Radius

$$\Delta p = \frac{8 \eta l}{\pi r^4} \cdot \dot{V}$$

l : Länge der Röhre.

8.4.3 Laminare Strömung

a) Gesetz von Hagen – Poiseuille laminare Strömung durch Röhren



Parabolisches
Geschwindigkeitsprofil

$$\text{Volumenstrom: } \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\Delta p \cdot \pi \cdot R^4}{8 \cdot \eta \cdot l}$$

! Abhängigkeit von R^4

Blutgefäße verengen sich → stark sinkender Durchfluss
stark steigender Blutdruck

8.4.3 Laminare Strömung

▣ Reibungskraft nach Stokes

Auf eine Kugel (Radius r) in einer viskosen Flüssigkeit wirkt bei der Geschwindigkeit v die Reibungskraft:

$$F_R = 6 \pi \eta r \cdot v$$

8.4.3 Laminare Strömung

Viskosität η für verschiedene Flüssigkeiten

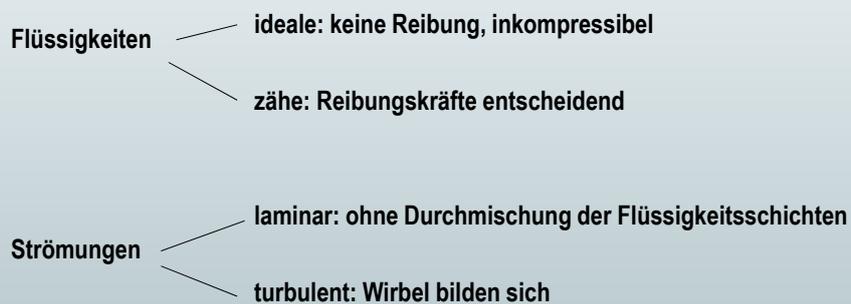
Flüssigkeit	$t / ^\circ\text{C}$	$\eta / \text{mPa}\cdot\text{s}$
Blut	37	4,0
Glyzerin	0	10000
	20	1410
	60	81
Motoröl (SAE 10)	30	200
Wasser	0	1,8
	20	1,00
	60	0,65
	98	030
Luft	0	0,017
	20	0,018

R. Girwidz

37

Übersicht / Charakterisierung von Strömungen

Klassifikation:



R. Girwidz

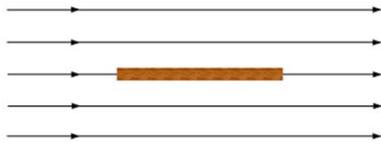
38

8.4.3 Turbulente Strömung

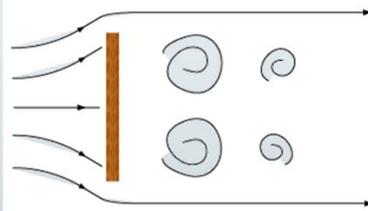
■ Turbulente Strömungen

Widerstände bei Strömungen

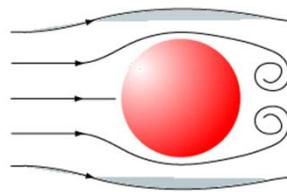
reiner Reibungswiderstand



reiner Druckwiderstand



Reibungs- und Druckwiderstand



R. Girwidz

39

8.4.4 Turbulente Strömung

■ Turbulente Strömungen

$$F_{\text{Strömung}} = 1/2 \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

c_w : c_w – Wert

R. Girwidz

40