

Translation		Rotation
Geschwindigkeit	\mathbf{v}	
Masse	m	
Translationsenergie	$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$	
Kraft	\vec{F} $\vec{F} = m\vec{a}$	
Impuls	\vec{p} $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$	
	$E_{kin} = \frac{p^2}{2m}$	

LUDWIG-
MAXIMILIANS-
UNIVERSITÄT
MÜNCHEN

7.5 Drehimpuls

➤ Drehscheml

für Zentralkräfte:

$$\vec{M} = \vec{0} \text{ da } \vec{F} \parallel \vec{r}$$

$$\Rightarrow \vec{L} = \text{konst.}$$

R. Girwidz

2

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN 7.5 Drehimpuls

Der Drehimpuls ist ein Vektor!

$L_2 = -L'_1$

L'_1 , L_1 , L''_1

ω_1

A_2 , α , A_1

R. Girwidz 3

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN 7.5 Drehimpuls

Definition des Drehimpulses ist nicht an Kreisbahn gebunden!

z. B. Ellipsenbahn

$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

z. B. Hyperbelbahn

$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

> Zuwurf mit Stoßparameter

R. Girwidz 4

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN 7.5 Drehimpuls

Magnus-Effekt beim Golfspiel

Seitenansicht - Rotationsachse des Balles horizontal

Draufsicht - Rotationsachse des Balles vertikal

R. Girwidz 5

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN 7.5 Drehimpuls

"Nachläufer" beim Billard

h

r

R. Girwidz 6

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN 7.6 Berechnung von Trägheitsmomenten

Beispiel a) Zweiatomiges Molekül

The diagram shows a horizontal line representing the molecule. A vertical line labeled 'S' and 'Drehachse' (axis of rotation) passes through the center of the molecule. Two masses, m_1 and m_2 , are located on the horizontal line. The distance from m_1 to the axis is r_1 , and the distance from m_2 to the axis is r_2 .

R. Girwidz 7

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN 7.6 Berechnung von Trägheitsmomenten

Beispiel b) Homogene dünne Stange (Achse am Ende)

The diagram shows a horizontal blue rod of length l . A vertical axis of rotation is shown at the left end, labeled 'A'. A small differential volume element $dV = A dr$ is shown at a distance r from the axis. The distance from the axis to the right end of the rod is l . The cross-sectional area is labeled 'Querschnittsfläche A'. The distance from the axis to the center of the differential element is $r + dr$.

R. Girwidz 8

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN 7.6 Berechnung von Trägheitsmomenten

Beispiel c) Hohlzylinder (Drehachse = Mittelachse)

R. Girwidz 9

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN 7.6 Berechnung von Trägheitsmomenten

Beispiel c) Hohlzylinder (Drehachse = Mittelachse)

$$I = \frac{m}{2} (R_2^2 + R_1^2)$$

dünnwandig: $R_1 \approx R_2 \Rightarrow I = m R^2 ;$

Vollzylinder: $R_1 = 0 \Rightarrow I = 1/2 m R^2 ;$

> Versuch

R. Girwidz 10

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN 7.6 Berechnung von Trägheitsmomenten

Steiner'scher Satz (J. Steiner, 1796 bis 1863)
 - Wenn die Rotationsachse nicht durch den Schwerpunkt geht

R. Girwidz 11

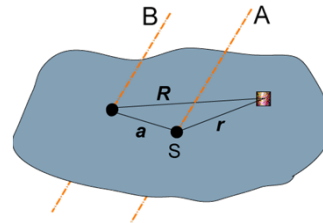
LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN 7.6 Berechnung von Trägheitsmomenten

Steiner'scher Satz

R. Girwidz 12



Steiner'scher Satz


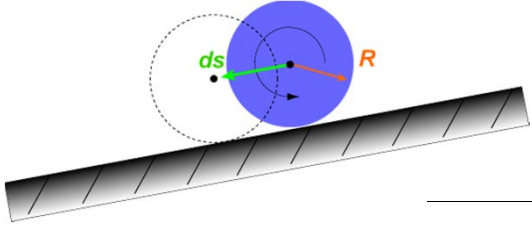



}
0



Steiner'scher Satz


**Das Trägheitsmoment eines Körpers
bei Rotation um eine beliebige Achse B
ist gleich dem Trägheitsmoment des Körpers
um eine zu B parallele Achse durch den Schwerpunkt
plus das Trägheitsmoment der im Schwerpunkt vereinten
Gesamtmasse.**

LMU	LUDWIG- MAXIMILIANS- UNIVERSITÄT MÜNCHEN	7.6 Berechnung von Trägheitsmomenten	
<p>➤ Rollender Zylinder auf schiefer Ebene</p> <div style="text-align: center; margin: 20px 0;">  </div>			
R. Girwidz		15	

LMU	LUDWIG- MAXIMILIANS- UNIVERSITÄT MÜNCHEN	7.6 Berechnung von Trägheitsmomenten	
$v_h^2 = \frac{2gh}{1 + \frac{I_s}{mR^2}}$			
R. Girwidz		16	


LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN 7.6 Berechnung von Trägheitsmomenten

Zylindermantel; Drehachse = Körperachse



$$I = m_{\text{ges}} \cdot r^2$$

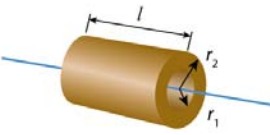
Massiver Zylinder; Drehachse = Körperachse



$$I = \frac{1}{2} m_{\text{ges}} \cdot r^2$$

$$I = \frac{1}{2} m_{\text{ges}} (r_1^2 + r_2^2)$$

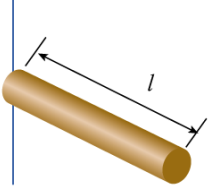
Hohlzylinder; Drehachse = Körperachse



R. Girwidz 17

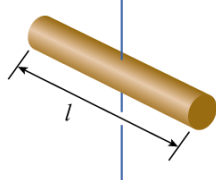
LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN 7.6 Berechnung von Trägheitsmomenten

Dünner Stab; Drehachse durch ein Ende \perp Körperachse



$$I = \frac{1}{3} m_{\text{ges}} l^2$$

Dünner Stab; Drehachse durch Mittelpunkt \perp Körperachse




$$I = \frac{1}{12} m_{\text{ges}} l^2$$

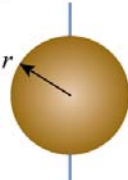
R. Girwidz 18

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN **7.6 Berechnung von Trägheitsmomenten**

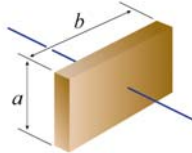
Dünne Kugelschale; Drehachse durch Mittelpunkt
 $I = \frac{2}{3} m_{\text{ges}} r^2$



Massive Kugel; Drehachse durch Mittelpunkt
 $I = \frac{2}{5} m_{\text{ges}} r^2$



Massiver Quader; Drehachse durch Mittelpunkt \perp Oberfläche



$I = \frac{1}{12} m_{\text{ges}} (a^2 + b^2)$

R. Girwidz 19

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN **7.7 Präzession**

Kreisel

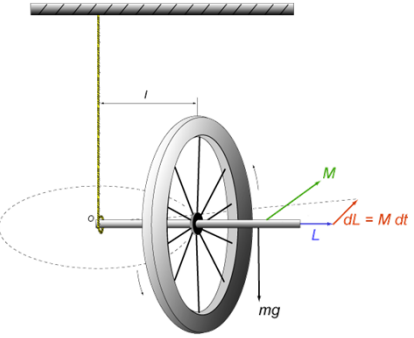
- Ein starrer Körper, der sich ohne Einschränkung um einen festen Punkt drehen kann heißt Kreisel
- Wirkt auf einen rotierenden Kreisel ein Drehmoment so gilt:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

➤ Rad aufgehängt an einer Schnur

R. Girwidz 20

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN 7.7 Präzession



„Attraktiver“ Spezialfall:

der Körper rotiert um die Figurenache,
d. h. $\vec{L} \parallel \text{Fig.achse}$

und $\vec{M} \perp \vec{L}$

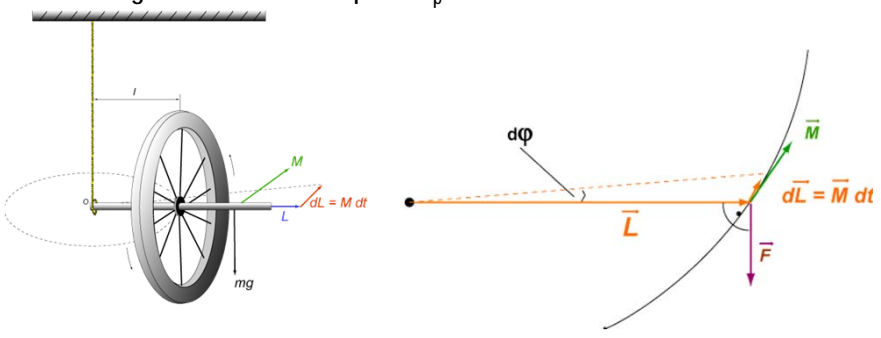
=> Der Betrag von L bleibt konstant, aber die Richtung ändert sich
(und damit die Richtung der Figurenache).

=> Der Körper beschreibt eine Präzessionsbewegung

R. Girwidz 21

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN 7.7 Präzession

Berechnung der Präzessionsfrequenz ω_p



R. Girwidz 22

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN 7.7 Präzession

Versucht man, einen Kreisel durch ein Drehmoment zu kippen, so weicht die Kreiselachse senkrecht zur angreifenden Kraft aus.

Beispiel Fahrradfahren:

Drehimpuls und Drehmoment beim Lenken

(Kippen beim freihändigen fahren, um in die Kurve zu fahren)

R. Girwidz 23

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN 7.7 Präzession

Präzession der Erde

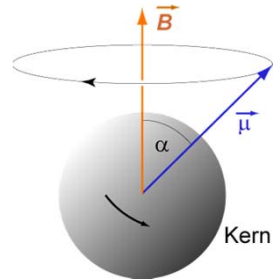
$T_{\text{Pr}äz} = 26000\text{a};$
 $\omega_{\text{Pr}äz} = M / L = 2\pi / T_{\text{Pr}äz};$

R. Girwidz 24



Zur Kernspinresonanz

Auch im mikroskopischen Bereich kann man Präzessionsbewegungen beobachten. Atome, Atomkerne und Moleküle mit Eigendrehimpuls besitzen oft ein magnetisches Moment. Bringt man sie in ein äußeres Magnetfeld, so entsteht ein Drehmoment und die Drehimpulsachse präzediert mit einer charakteristischen Resonanzfrequenz um das Magnetfeld.



$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

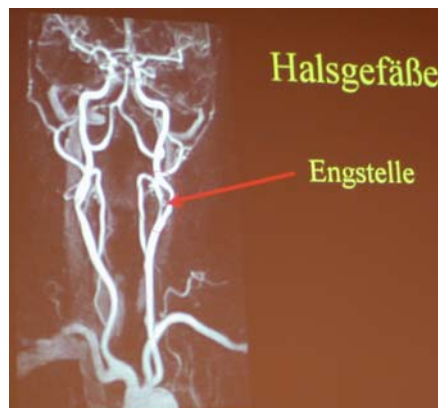
$\vec{\mu}$: magn. Moment

\vec{B} : magn. Kraftflußdichte

Mit der Kernspinresonanz (nuclear magnetic resonance NMR) weist man Atome und ihren speziellen chemischen Bindungszustand nach. In der Medizin sind Diagnosen mit Hilfe von NMR-Computer-Tomographen möglich.



NMR



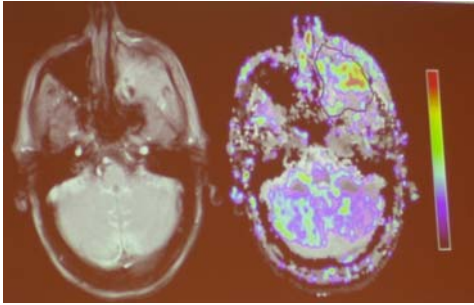
Halsgefäße

Engstelle

> Film u. Dias von Prof. Dr. Haase

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN 7.7 Präzession

NMR



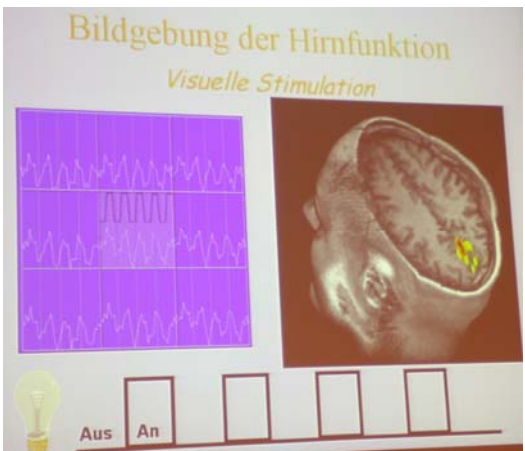
> Film u. Dias von Prof. Dr. Haase

R. Girwidz 27

LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN 7.7 Präzession

NMR

Bildgebung der Hirnfunktion
Visuelle Stimulation



> Film u. Dias von Prof. Dr. Haase

R. Girwidz 28



NMR



> Film u. Dias von Prof. Dr. Haase



Nutation

> Versuch



> Fotos, Versuche (Lassowerfer)

- **Um Hauptträgheitsachsen / freie Achsen drehen Körper ohne Unwucht, d. h. die Lager werden nicht durch Kräfte belastet.**
- **Hauptträgheitsachsen gehen durch den Schwerpunkt.**
- **Jeder Körper hat 3 Hauptträgheitsachsen, die senkrecht aufeinander stehen.**
- **Stabil drehen Körper nur um die Hauptträgheitsachsen mit dem größten und dem kleinsten Trägheitsmoment.**